

Innovative Beleuchtung für neuartige Abbildungs- und Lithographiesysteme

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktoringenieur
(Dr.-Ing.)

vorgelegt der
Fakultät für Maschinenbau der
Technischen universität Ilmenau

von Frau

M. Sc. Xinrui Cao

geboren am 13.03.1986 in Shandong/China

1. Gutachter: Prof. Dr. rer. nat. habil. Stefan Sinzinger
(Technische Universität Ilmenau)
2. Gutachter: Prof. Dr. rer. nat. Robert Brunner
(Ernst-Abbe-Hochschule Jena)
3. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Steffen Strehle
(Technische Universität Ilmenau)

Tag der Einreichung: 28. Februar 2020

Tag der Verteidigung: 16. Juni 2020

Kurzfassung

In dieser Arbeit werden innovative Beleuchtungssysteme in den Bereichen Mikroskopie und Lithographie untersucht. Dabei werden LEDs und LED-Arrays als Lichtquellen der Beleuchtungssysteme in zwei optischen Systemen eingesetzt, nämlich der Fourier-Ptychographie und dem Lau-Effekt. Es wird theoretisch analysiert und experimentell überprüft, wie sich die Kohärenzeigenschaften der Beleuchtung auf die zwei optischen Anwendungen auswirken. Der Einsatz der räumlich kohärenten Beleuchtung mittels eines LED-Arrays in der Fourier-Ptychographie ermöglicht es, die Auflösung zu erhöhen. In der Praxis wird ein kohärentes $4f$ -Abbildungssystem aufgebaut, in dem zwei unterschiedliche Beleuchtungskonzepte eingebracht werden. Sowohl die planare als auch die kugelförmige Anordnung der Beleuchtung bieten räumlich kohärentes Licht mit jeder LED. In Abhängigkeit von der Position der LEDs werden verschiedene Beleuchtungswinkel realisiert. Die LEDs werden sequentiell ein- und ausgeschaltet, somit werden einige niedrigauflösende Intensitätsbilder aufgenommen. Um ein hochauflösendes Intensitätsbild mittels der Informationen der niedrigauflösenden Intensitätsbilder zu rekonstruieren, werden zwei iterative Phasenrückgewinnungsalgorithmen überprüft. Der Rekonstruktionsprozess entspricht einer verbreiterten Übertragungsfunktion oder synthetischen numerischen Apertur. Ein hochauflösendes Intensitätsbild kann zwar mittels des kFP-Algorithmus oder des EPRY-FPM-Algorithmus rekonstruiert werden, aber seine Qualität wird durch das fehlerbehaftete optische System beeinträchtigt. Der Einfluss der Wellenaberrationen des Beleuchtungssystems und die Beseitigung dieses Einflusses werden diskutiert. Eine Reduzierung dieser Wellenaberrationen wird durch das Einbringen einer kugelförmigen Anordnung der LED-Array-Beleuchtung realisiert. Der Einsatz räumlich kohärenter Beleuchtung in dem Versuchsaufbau zum Lau-Effekt führt zu Beugungsordnungen des Gitters in der Beobachtungsebene. Erst mit einer räumlich inkohärenten Beleuchtung, die jeweils mit einer einzelnen LED oder einem LED-Array realisiert ist, entstehen periodisch dreieckförmige Lau-Streifen. Aus dem Experiment ist herausbekommen, dass das LED-Array ca. 7-fach der optischen Leistung einer einzelnen LED erbringt. Das führt zu vergrößerten Intensitäten der Lau-Streifen und reduziert die Belichtungszeit im Belichtungsprozess der Lithographie. In Abhängigkeit von den Gitterparametern variieren die Intensitäten und Perioden der Lau-Streifen um die Beobachtungsebene. Durch den Einsatz der Lau-Streifen in der optischen Lithographie werden dreidimensionale Strukturen auf sowohl planarer als auch gekrümmter Oberfläche realisiert.

Abstract

In this thesis, innovative illumination systems in the fields of microscopy and lithography are studied. For this purpose, LEDs and LED arrays are applied as the light sources for the illumination of two optical systems, namely, a Fourier ptychography system and a Lau effect system. The influence of the coherence properties of the illumination on these two optical systems are theoretically studied and experimentally verified. The coherence properties of the illumination influence the performance. Spatially coherent illumination with an LED array can be used in Fourier ptychography to improve its optical resolution. In practice, a coherent $4f$ imaging system is set up. For the experimental setup two different illumination concepts are proposed. Both the planar and the spherical arrangement of the LED array provide spatially coherent illumination. Depending on the position of the LEDs, various illumination angles are realized. The LEDs are sequentially and individually turned on and off, so that a number of low-resolution intensity images are captured. In order to reconstruct a high-resolution intensity image using the information from the low-resolution intensity images, two iterative phase recovery algorithms are verified. The reconstruction process corresponds to an expanded transfer function or synthetic numerical aperture. A high-resolution intensity image can be reconstructed using the kFP algorithm or the EPRY-FPM algorithm, but its quality is impaired by the defective optical system. The influence of wavefront aberrations from the illumination system and the removal of the influence are discussed. The wavefront aberrations can be reduced by applying the spherical arrangement of the LED illumination. The application of spatially coherent illumination in the setup of the Lau effect results in diffraction orders of the grating in the observation plane. The Lau fringes can be observed, when spatially incoherent illumination is used. It can be realized with a single LED or an LED array. From the experiment it is found that the LED array with 7 LEDs provides about 7 times the optical power of a single LED. Therefore, using this lithographic illumination, an increased intensity of the Lau fringes and a reduced exposure time are achieved. The grating parameters influence the intensities and periods of the Lau fringes around the observation plane. The Lau fringes can be used in optical lithography to realize three-dimensional structures on both planar and curved surfaces.

Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung	i
Abstract	iii
1 Einleitung	1
2 Grundlagen	3
2.1 Skalare Beugungstheorie	3
2.1.1 Huygens-Fresnelsches Prinzip	3
2.1.2 Fresnelsche Näherung	5
2.1.3 Fraunhofersche Näherung	6
2.1.4 Winkelspektrum	7
2.1.5 Lichtausbreitung durch eine dünne Linse	10
2.1.6 Gitter	11
2.2 Kohärenzeigenschaften von Licht	13
2.2.1 Zeitliche Kohärenz	13
2.2.2 Räumliche Kohärenz	15
2.3 Optische Abbildung	19
2.3.1 Kohärente Abbildung	20
2.3.2 Inkohärente Abbildung	22
2.3.3 Aberrationen	23
2.4 Phasenrückgewinnungsalgorithmus	26
2.4.1 Gerchberg-Saxton-Algorithmus	26
2.4.2 Eingabe-Ausgabe-Algorithmus	28
2.4.3 Gradientenverfahren	29
3 Fourier-Ptychographie zur Auflösungserhöhung	31
3.1 Prinzip der beugungsbegrenzten kFP	32
3.1.1 $4f$ -Abbildungssystem	32
3.1.2 kFP-Algorithmus	36
3.2 Fehlerbehaftetes Abbildungssystem	43
3.2.1 Wellenaberration des $4f$ -Abbildungssystems	43
3.2.2 Aberrationen des Beleuchtungssystems	48
3.3 Experiment zur FPM	51
3.3.1 Planare Anordnung der Beleuchtung	54
3.3.2 Kugelförmige Anordnung der Beleuchtung	58
3.4 Inkohärente Fourier-Ptychographie	63

3.5 Zusammenfassung des Kapitels und Schlussfolgerung	67
4 Der Lau-Effekt für optische Lithographie	69
4.1 Räumlich kohärente Beleuchtung	70
4.1.1 Talbot-Teppich	72
4.1.2 Beugungsordnungen	74
4.2 Übergang zur räumlich inkohärenten Beleuchtung	77
4.3 Räumlich inkohärente Beleuchtung	81
4.3.1 Intensitäten hinter dem ersten Gitter	83
4.3.2 Lau-Streifen	83
4.4 LED-Array als Lichtquelle	87
4.5 3D-Intensitätsfeldverteilung	89
4.6 Anwendung der Lau-Streifen in der optischen Lithographie	93
4.7 Zusammenfassung des Kapitels und Schlussfolgerung	96
5 Zusammenfassung und Ausblick	99
A Anhang	101
A.1 Ableitung der Lichtpropagation durch eine dünne Linse	101
A.2 Ableitung der Fourierkoeffizienten vom Transmissionsgitter	101
A.3 Ableitung des Talbot-Teppichs	102
A.4 Simulationsergebnis des Talbot-Teppichs	105
A.5 Ableitung der komplexen Amplituden der Lau-Streifen	105
A.6 Ableitung der Fresnel-Propagation hinter dem zweiten Gitter	107
A.7 Ableitung der Fresnel-Propagation hinter der Fourierlinse	108
Abbildungsverzeichnis	111
Tabellenverzeichnis	114
Abkürzungsverzeichnis und Formelzeichen	115
Literaturverzeichnis	118
Erklärung	126
Publikationen	127
Danksagung	128

1 Einleitung

Heutzutage finden LEDs fast überall Verwendung. Wegen ihres kompakten Aufbaus, der vielfältigen Lichtfarben, der hohen Lichtausbeute, der langen Lebensdauer und der Kombination mit intelligenten Ansteuerungen usw. empfehlen sich LEDs und LED-Arrays besonders für Innen- und Außenbeleuchtung, Fahrzeugbeleuchtung sowie Signalleuchten. Sie werden auch immer mehr als Ersatz für die traditionellen Lichtquellen für Beleuchtungen von optischen Systemen verwendet, z.B. in der Mikroskopie [1–3] und der optischen Lithographie [4–6].

In der Mikroskopie besteht die übertragene Informationsmenge aus dem Bereich des abzubildenden Objekts bzw. dem Gesichtsfeld und der optische Auflösung der Abbildung. Ein großes Gesichtsfeld und eine große Auflösung können zwar physikalisch nicht gleichzeitig erreicht, aber heutzutage im Sinne des Computational Imaging rechnerisch realisiert werden. Dazu zählt die Fourier-Ptychographie-Mikroskopie (FPM) [7–12].

Dieses Verfahren ist eine rechnerunterstützte Methode zur Auflösungserhöhung eines optischen Systems. Sie verwendet ein einfaches Abbildungssystem, legt aber den Schwerpunkt auf das Beleuchtungssystem. Anhand der Kohärenzeigenschaften der Beleuchtung kann sie in die kohärente FPM (kFPM) und die inkohärente FPM (iFPM) aufgeteilt werden. Die kFPM [7–9] verwendet ein Beleuchtungssystem mit einem LED-Array, das räumlich kohärente Beleuchtung mit unterschiedlichen Winkeln bietet, um das Objekt zu beleuchten und die entsprechenden niedrigaufgelösten Intensitätsbilder aufzunehmen. Zusammen mit einem iterativen Phasenrückgewinnungsalgorithmus können Abbildungen mit erhöhter Auflösung rekonstruiert werden. In dem Algorithmus werden die komplexen Amplituden der Abbildung im Ortsraum und Frequenzraum iterativ gewechselt. Die iFPM [10–12] verwendet strukturierte Beleuchtung statt eines LED-Arrays. Die strukturierte Beleuchtung ist typischerweise ein Beugungsgitter und wird in der Ebene des beleuchteten Objekts verschoben. Entsprechend werden einige niedrigaufgelöste Intensitätsbilder aufgenommen. Auch hier können mittels eines iterativen Phasenrückgewinnungsalgorithmus hochaufgelöste Abbildungen rekonstruiert werden. In dem Algorithmus werden die Intensitäten der Abbildung im Ortsraum und Frequenzraum iterativ gewechselt.

Bei der optischen Lithographie werden Strukturen auf einen lichtempfindlichen Fotolack übertragen. Es gibt unterschiedliche Methoden für den Belichtungsprozess in der optischen Lithographie, z.B. Kontaktbelichtung, Proximitybelichtung und Projektionsbelichtung. In der Projektionsbelichtung finden optische Phänomene, z.B. die Abbildung von Strukturen wie die Selbstabbildung des Talbot-Effekts [13–16], Anwendungen

und bieten Möglichkeiten für unterschiedliche Strukturen. Es gibt Positiv-, Negativ- und Umkehrlacke, die jeweils unterschiedliche spektrale Empfindlichkeiten aufweisen und von denen die meisten für die Wellenlängen ab 500nm nicht sensitiv sind. Bei Positivlacken werden die belichteten Bereiche des Fotolacks nach der Entwicklung ausgelöscht, während bei Negativlacken die nicht belichteten Bereiche ausgelöscht werden. Bei Verwendung vieler Fotolacke werden nur binäre Strukturen erzeugt. Im Vergleich dazu bietet der Grauton-Fotolack die Möglichkeit, 3D-Strukturen herzustellen.

Lau-Streifen sind periodisch dreieckförmig verteilte Intensitäten, die in der Lithographie auf Grauton-Fotolack eingesetzt werden können. Als Lichtquelle für den Lau-Effekt kann eine LED mit passenden Wellenlängen verwendet werden. Neben auf die Wellenlänge reagiert der Fotolack im Belichtungsprozess auch auf die Belichtungs-dosis, die durch das Produkt von Belichtungsintensität und Belichtungs-dauer berechnet werden kann. In manchen Situationen sind lange Belichtungszeiten wegen der Schwingungseinflüsse im Labor nicht erwünscht. In diesem Fall ist die Verwendung von einer Hochleistungs-LED oder einem LED-Array eine Lösung. Dabei wird die Belichtungszeit wegen der Zunahme der Belichtungsintensität reduziert.

Mit dieser Arbeit sollen zwei Ziele verfolgt werden. Erstens soll die Auflösung eines $4f$ -Abbildungssystems mittels des Prinzips von kFPM erhöht werden. Zweitens sollen die Lau-Streifen in der optischen Lithographie sowohl auf einer planaren als auch auf einer gekrümmten Oberfläche eingesetzt werden. Dafür wird vor allem der Einfluss der räumlichen Kohärenzeigenschaften der Beleuchtung auf die Abbildung des Objekts und auf die Lau-Streifen untersucht. Der Einsatz des LED-Arrays in der kFPM und dem Lau-Effekt realisiert jeweils eine Auflösungserhöhung in der Bildverarbeitung und eine erhöhte Belichtungsintensität in der Lithographie.

Die Arbeit gliedert sich in fünf Kapitel. Kapitel 2 befasst sich mit den optischen Grundlagen, die für Kapitel 3 und Kapitel 4 notwendig sind. Kapitel 3 umfasst sowohl die Untersuchung des Prinzips von FPM, insbesondere von kFPM, als auch die Realisierung hochauflöser Intensitätsbilder durch den Einsatz des Prinzips der kFPM. Dabei wird auch der Einfluss der Fehlerquellen auf die Rekonstruktion diskutiert. Neu ist, dass eine kugelförmige Anordnung der LED-Array-Beleuchtung im Experiment verwendet wird. Kapitel 4 beschreibt den Einsatz der Lau-Streifen als Beleuchtung in optischer Lithographie. Zudem wird der Einfluss der räumlichen Kohärenzeigenschaften der Beleuchtung auf die Erzeugung der Lau-Streifen untersucht. Nicht nur die Lau-Streifen in Abhängigkeit von den Gitterparametern und dem Abstand zwischen den zwei Gittern werden mathematisch beschrieben, sondern auch die dreidimensionalen Intensitätsfeldverteilungen der Lau-Streifen. Der Einsatz eines UV-LED-Arrays zeigt offensichtlich Vorteile hinsichtlich der verringerten Belichtungszeit im Belichtungsprozess der Lithographie. Abschließend werden im Kapitel 5 die Ergebnisse dieser Arbeit mit einem kurzen Ausblick zusammengefasst.

2 Grundlagen

Dieses Kapitel stellt die Grundlagen vor, die in dieser schriftlichen Arbeit verwendet werden. Im Folgenden wird zunächst die skalare Beugungstheorie für die Beschreibung der Lichtausbreitung im freien Raum erläutert. Dann werden die Kohärenzeigenschaften von Licht vorgestellt. Anschließend wird auf die Abbildung eingegangen. Im Anschluss daran werden die Algorithmen zur Phasenrückgewinnung betrachtet.

2.1 Skalare Beugungstheorie

Licht ist eine elektromagnetische Welle. Deswegen ist die Lichtausbreitung als Randwertaufgabe der Maxwell-Gleichungen aufzufassen. Die von den Maxwell-Gleichungen hergeleiteten Wellengleichungen sind vektoriell. Wenn die Polarisierung der Lichtwelle nicht relevant ist, können statt der vektoriellen Wellengleichungen auch skalare Wellengleichungen verwendet werden.

2.1.1 Huygens-Fresnelsches Prinzip

Das Huygens-Fresnelsche Prinzip besagt, dass jeder Punkt einer Wellenfront als Ausgangspunkt einer neuen Welle bzw. Elementarwelle betrachtet werden kann. Die neue Wellenfront ergibt sich durch die Superposition der Elementarwellen [17]. Eine geometrische Anordnung des Huygens-Fresnelschen Prinzips ist in Abb. 2.1 für eine Kugelwelle dargestellt. Dabei bezeichnet der Punkt S die Punktlichtquelle für die Wellenfront Σ . Q ist ein Punkt auf der Wellenfront Σ , der anschließend als Ausgangspunkt einer neuen Kugelwelle Σ_E betrachtet wird.

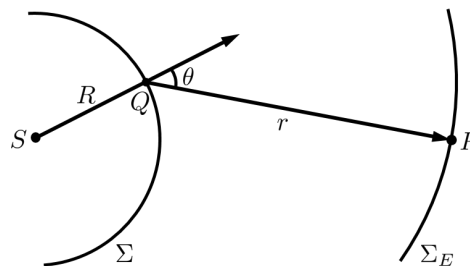


Abb. 2.1: Geometrische Anordnung des Huygens-Fresnelschen Prinzips

Die komplexe Amplitude $u_o(Q)$ im Punkt Q kann durch die Gleichung (2.1)

$$u_o(Q) = A \frac{e^{jkR}}{R} \quad (2.1)$$

ermittelt werden. Dabei stellen A und R jeweils die Amplitude des Einheitsabstands und den Radius der originalen Kugelwelle dar. k bezeichnet die Kreiswellenzahl der Wellenlänge λ mittels der Beziehung $k = \frac{2\pi}{\lambda}$.

Laut des Huygens-Fresnelschen Prinzips kann die komplexe Amplitude im Punkt P , welche durch die Ausbreitung von Q mit einem Flächenelement $d\sigma$ verursacht wird, durch die Gleichung (2.2)

$$du_1(P) = u_o(Q) \frac{e^{jkr}}{r} \cdot K(\theta) \cdot d\sigma \quad (2.2)$$

beschrieben werden. r ist der Abstand zwischen den Punkten Q und P . θ bezeichnet den Winkel zwischen dem Normalenvektor im Punkt Q und der Lichtausbreitungsrichtung. $K(\theta)$ ist ein Neigungsfaktor, der von dem Winkel θ abhängig ist. Fresnel hat angenommen, dass $K(\theta)$ sein Maximum bei $\theta = 0$ erreicht. Außerdem sinkt $K(\theta)$ mit der Zunahme von θ . Die gesamte komplexe Amplitude im Punkt P ergibt sich aus dem Integral über die gesamte Fläche Σ :

$$u_1(P) = \iint_{\Sigma} u_o(Q) \frac{e^{jkr}}{r} \cdot K(\theta) \cdot d\sigma. \quad (2.3)$$

Aus diesem Punkt betrachtet, stellt die Beugung eigentlich die Interferenz von mehreren Elementarwellen dar. Die Fläche Σ muss nicht kugelförmig sein, sondern kann beliebig sein, wie z.B. eine flache Fläche in Abb. 2.2.

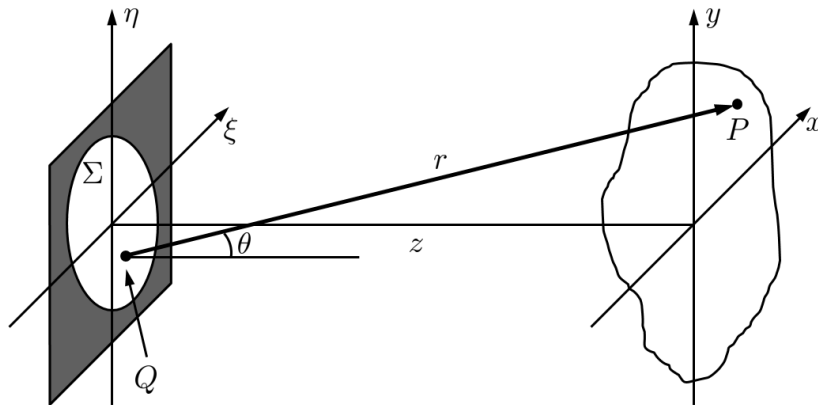


Abb. 2.2: Beugung des Lichts an der Apertur Σ

Unter der Voraussetzung, dass der Winkel θ relativ klein ist bzw. sich auf die paraxiale Näherung beschränkt, gibt Kirchhoff eine Formel für den Neigungsfaktor $K(\theta)$ an. Daraus folgt die Näherung des Kirchhoffschen Beugungsintegrals:

$$u_1(x, y) = \frac{1}{j\lambda} \iint_{\Sigma} u_o(\xi, \eta) \frac{e^{jkr}}{r} \cos\theta d\xi d\eta. \quad (2.4)$$

$\cos\theta$ ist mathematisch durch die Gleichung (2.5) gegeben.

$$\cos\theta = \frac{z}{r} \quad (2.5)$$

Somit erhält man folgenden Ausdruck für das Huygens-Fresnelsche Prinzip:

$$u_1(x, y) = \frac{z}{j\lambda} \iint_{\Sigma} u_o(\xi, \eta) \frac{e^{jkr}}{r^2} d\xi d\eta. \quad (2.6)$$

2.1.2 Fresnelsche Näherung

Den Abstand r lässt sich in eine Taylorreihe entwickeln:

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{z^2 + (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2} \\ &= z \sqrt{1 + \frac{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}{z^2}} \\ &= z \left\{ 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}{z^2} - \frac{1}{8} \left[\frac{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}{z^2} \right]^2 + \dots \right\}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Im Rahmen der paraxialen Näherung kann der dritte Term der Reihenentwicklung (Gleichung (2.7)) gegenüber den ersten zwei Termen vernachlässigt werden. Dann erhält man folgenden Ausdruck:

$$\begin{aligned} r &\approx z \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left[\frac{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}{z^2} \right] \right\} \\ &= z + \frac{(x - \xi)^2}{2z} + \frac{(y - \eta)^2}{2z}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

In Gleichung (2.6) erscheint r sowohl im exponentiellen Teil als auch im Nenner. Für den exponentiellen Teil werden die ersten zwei Terme der Reihenentwicklung vollständig eingesetzt. Für den Nenner kann man einfach den ersten Term bzw. $r = z$ verwenden [18]. Nach dem Einsetzen in Gleichung (2.6) ergibt sich das Fresnelsche Beugungsintegral

$$u_1(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} u_o(\xi, \eta) \frac{e^{jkz}}{j\lambda z} e^{\frac{j\pi}{\lambda z}[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2]} d\xi d\eta \quad (2.9)$$

bzw.

$$u_1(x, y) = \frac{e^{jkz}}{j\lambda z} e^{\frac{j\pi}{\lambda z}(x^2 + y^2)} \iint_{-\infty}^{\infty} u_o(\xi, \eta) e^{\frac{j\pi}{\lambda z}(\xi^2 + \eta^2)} e^{-\frac{j2\pi}{\lambda z}(x\xi + y\eta)} d\xi d\eta. \quad (2.10)$$

Gleichung (2.9) stellt eine Faltung zwischen $u_o(x, y)$ und $h(x, y)$ dar, die durch die Gleichung (2.11) beschrieben werden kann.

$$u_1(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} u_o(\xi, \eta) h(x - \xi, y - \eta) d\xi d\eta = u_o(x, y) * h(x, y) \quad (2.11)$$

Dabei wird $h(x, y)$ die Impulsantwort der Lichtausbreitung im freien Raum genannt und entsprechend der Gleichung (2.12) definiert.

$$h(x, y) = \frac{e^{jkz}}{j\lambda z} e^{\frac{j\pi}{\lambda z}(x^2 + y^2)} \quad (2.12)$$

2.1.3 Fraunhofersche Näherung

Falls $z \gg \frac{\pi(\xi^2 + \eta^2)_{max}}{\lambda}$, nähert sich das Fresnelsche Beugungsintegral mit der Gleichung (2.10) dem Fraunhoferschen Beugungsintegral mit der Gleichung (2.13) an [18].

$$u_1(x, y) = \frac{e^{jkz}}{j\lambda z} e^{\frac{j\pi}{\lambda z}(x^2 + y^2)} \iint_{-\infty}^{\infty} u_o(\xi, \eta) e^{-\frac{j2\pi}{\lambda z}(x\xi + y\eta)} d\xi d\eta \quad (2.13)$$

2.1.4 Winkelspektrum

In der Optik kann die zweidimensionale Verteilung eines Objekts im Ortsbereich meist durch eine komplexe Funktion zugeordnet werden. Ihre Fourier-Transformation wird als Winkelspektrum oder Ortsfrequenzspektrum bezeichnet. Die Fourier-Transformation ermöglicht die Betrachtung des Objekts anhand von Raumfrequenzen [19–23]. Die skalare Beugungstheorie kann auch mit Hilfe der Methode des Winkelspektrums bzw. Fourier-Transformation analysiert werden [18].

Die Fourier-Transformation eines Objekts mit der Funktion $u_1(x, y)$ ist durch die Gleichung (2.14) gegeben. Dabei sind f_X und f_Y die Raumfrequenzen bzw. Ortsfrequenzen des Objekts $u_1(x, y)$.

$$\mathcal{F}\{u_1(x, y)\} = U_1(f_X, f_Y) = \iint_{-\infty}^{\infty} u_1(x, y) \cdot e^{-j2\pi(f_X \cdot x + f_Y \cdot y)} dx dy \quad (2.14)$$

In ähnlicher Weise wird die inverse Fourier-Transformation durch die Gleichung (2.15)

$$u_1(x, y) = \mathcal{F}^{-1}\{U_1(f_X, f_Y)\} = \iint_{-\infty}^{\infty} U_1(f_X, f_Y) \cdot e^{j2\pi(f_X \cdot x + f_Y \cdot y)} df_X df_Y \quad (2.15)$$

beschrieben. Veranschaulichen lässt sich das Objekt als Superposition harmonischer Komponenten der Form $U_1(f_X, f_Y) \cdot e^{j2\pi(f_X \cdot x + f_Y \cdot y)}$. Denn die Form der harmonischen Komponenten entspricht der mathematischen Darstellung ebener Wellen unterschiedlicher Ausbreitungswinkel. Deshalb werden im Folgenden ebene Wellen herangezogen, um das Winkelspektrum und die Lichtausbreitung im freien Raum zu beschreiben.

Es wird angenommen, dass die ebene Welle sich mit einem Richtungskosinus $\vec{e}_k = (\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma)$ der kartesischen Koordinaten ausbreitet. Das Objekt bzw. die ebene Welle in der Ebene $z = 0$ in Abb. 2.3 hat die Funktion $u_1(x, y, 0)$. Sie weist räumliche Perioden d_x und d_y mit den Gleichungen (2.16) und (2.17) auf, die jeweils in x - und y -Richtung verlaufen. Dann können die räumlichen Frequenzen f_X und f_Y mittels der Gleichungen (2.18) und (2.19) berechnet werden.

$$d_x = \frac{\lambda}{\cos\alpha} \quad (2.16)$$

$$d_y = \frac{\lambda}{\cos\beta} \quad (2.17)$$

$$f_X = \frac{1}{d_x} = \frac{\cos\alpha}{\lambda} \quad (2.18)$$

$$f_Y = \frac{1}{d_y} = \frac{\cos\beta}{\lambda} \quad (2.19)$$

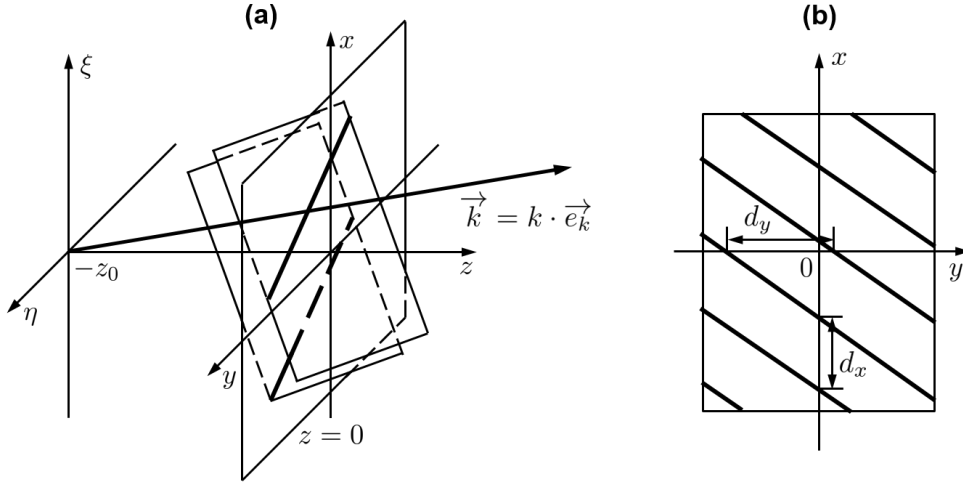


Abb. 2.3: Propagation des Winkelspektrums im freien Raum: (a) Lichtausbreitung ebener Wellen in Richtung $\vec{e}_k = (\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma)$. (b) Schnittlinien zwischen den ebenen Wellen und der xy -Ebene.

Das Winkelspektrum $U_1(f_X, f_Y; 0)$ des Objekts und die Beschreibung des Objekts als Superposition harmonischer Komponenten können gemäß den Gleichungen (2.14) und (2.15) wie folgt dargestellt werden:

$$U_1\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}; 0\right) = \iint_{-\infty}^{\infty} u_1(x, y, 0) \cdot e^{-j2\pi\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda} \cdot x + \frac{\cos\beta}{\lambda} \cdot y\right)} dx dy \quad (2.20)$$

und

$$u_1(x, y, 0) = \iint_{-\infty}^{\infty} U_1\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}; 0\right) \cdot e^{j2\pi\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda} \cdot x + \frac{\cos\beta}{\lambda} \cdot y\right)} \cdot d\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}\right) d\left(\frac{\cos\beta}{\lambda}\right). \quad (2.21)$$

Die Lichtausbreitungsrichtung mit dem Richtungsvektor $(\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma)$ im freien Raum verändert sich nicht. Das bedeutet, dass die räumlichen Frequenzen f_X und f_Y für die Ebenen, die parallel zur $xy0$ -Ebene sind, konstant bleiben. Nun wird angenommen, dass $U_2(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}; z)$ das Winkelspektrum des Objekts $u_2(x', y', z)$ in der Ebene $x'y'z$ bezeichnet. Analog zu den Gleichungen (2.20) und (2.21) lassen sich ähnliche Darstellungen für das Winkelspektrum und das Objekt in der Ebene $x'y'z$ herleiten

(siehe Gleichungen (2.22) und (2.23)).

$$U_2\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}; z\right) = \iint_{-\infty}^{\infty} u_2(x', y', z) \cdot e^{-j2\pi\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda} \cdot x' + \frac{\cos\beta}{\lambda} \cdot y'\right)} \cdot dx' dy' \quad (2.22)$$

$$u_2(x', y', z) = \iint_{-\infty}^{\infty} U_2\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}; z\right) \cdot e^{j2\pi\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda} \cdot x' + \frac{\cos\beta}{\lambda} \cdot y'\right)} \cdot d\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}\right) d\left(\frac{\cos\beta}{\lambda}\right) \quad (2.23)$$

Die Beziehung zwischen den zwei Winkelspektren $U_2\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}; z\right)$ und $U_1\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}; 0\right)$ ergibt sich aus der Ableitung der Helmholtz-Gleichung $\nabla^2 U + k^2 U = 0$ und ist durch die Gleichung (2.24) dargestellt [18].

$$U_2\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}; z\right) = U_1\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}; 0\right) \cdot e^{j\frac{2\pi}{\lambda} z \sqrt{1 - \cos^2\alpha - \cos^2\beta}} \quad (2.24)$$

Veranschaulicht man sich dies, entspricht die Lichtausbreitung des Winkelspektrums über eine Distanz z einfach einer Phasenänderung. Für den Fall, dass das Objekt aus mehreren ebenen Wellen besteht, führen die Unterschiede der Richtungskosinus verschiedener ebener Wellen bei derselben Distanz z relative Phasenverzögerungen ein. Denn die Winkelspektren breiten sich ausgehend von verschiedenen ebenen Wellen in unterschiedlichen Richtungen aus. Die Übertragungsfunktion jeglicher ebenen Wellen im freien Raum ist die Phasenänderung und kann durch die Gleichung (2.25) definiert werden.

$$H(f_X, f_Y) = e^{j\frac{2\pi}{\lambda} z \sqrt{1 - \cos^2\alpha - \cos^2\beta}} = e^{j\frac{2\pi}{\lambda} z \sqrt{1 - (\lambda f_X)^2 - (\lambda f_Y)^2}} \quad (2.25)$$

Mittels der Entwicklung der Taylorreihe im Rahmen der paraxialen Näherung kann die Gleichung (2.26) ermittelt werden.

$$H(f_X, f_Y) = e^{j\frac{2\pi}{\lambda} z \sqrt{1 - (\lambda f_X)^2 - (\lambda f_Y)^2}} = e^{j\frac{2\pi}{\lambda} z \left[1 - \frac{(\lambda f_X)^2}{2} - \frac{(\lambda f_Y)^2}{2}\right]} = e^{jkz} e^{-j\pi\lambda z (f_X^2 + f_Y^2)} \quad (2.26)$$

Wenn wir eine Fourier-Transformation für die Impulsantwort $h(x, y)$ der Lichtausbreitung im freien Raum (Gleichung (2.12)) durchführen, dann erhalten wir folgendes Ergebnis:

$$H(f_X, f_Y) = \mathcal{F}\{h(x, y)\} = \frac{e^{jkz}}{j\lambda z} \cdot \mathcal{F}\left\{e^{j\pi\left(\frac{1}{\lambda z}x^2 + \frac{1}{\lambda z}y^2\right)}\right\} = e^{jkz} \cdot e^{-j\pi\lambda z (f_X^2 + f_Y^2)}. \quad (2.27)$$

Die Gleichungen (2.26) und (2.27) sind identisch. Das ist auch der Grund, warum die Fresnelsche Näherung und die Paraxiale Näherung gleichwertig sind [18].

2.1.5 Lichtausbreitung durch eine dünne Linse

Abb. 2.4 stellt den Einsatz einer dünnen Linse zwischen dem Objekt $u_o(\xi, \eta)$ und der Beobachtungsebene $u_f(x, y)$ dar. Die Beobachtungsebene entspricht der bildseitigen Brennweite der Linse. Im Folgenden wird die Beziehung zwischen $u_o(\xi, \eta)$ und $u_f(x, y)$ untersucht.

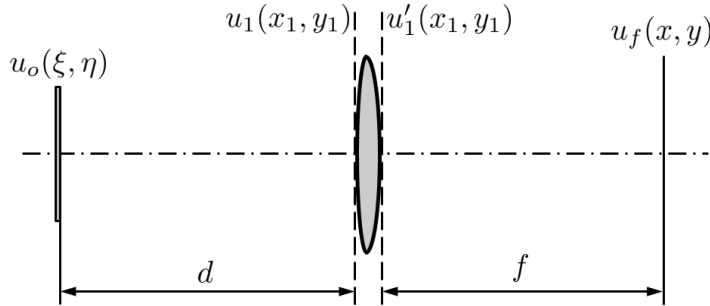


Abb. 2.4: Lichtausbreitung durch eine Linse

Das Feld $u_1(x_1, y_1)$ unmittelbar vor der Linse kann mittels Gleichung (2.24), (2.27) und des Einsatzes von $f_X = \frac{x}{\lambda f}$ und $f_Y = \frac{y}{\lambda f}$ wie folgt dargestellt werden:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F}\{u_1(x_1, y_1)\} &= \mathcal{F}\{u_o(\xi, \eta)\} \cdot \mathcal{F}\{h(x_1, y_1)\} \\
 &= \mathcal{F}\{u_o(\xi, \eta)\} \cdot H(f_x, f_y) \\
 &= e^{jkd} \cdot e^{-j\pi\lambda d(f_x^2 + f_y^2)} \cdot \mathcal{F}\{u_o(\xi, \eta)\} \\
 &= e^{jkd} \cdot e^{-j\frac{k}{2f}d(x^2 + y^2)} \cdot \mathcal{F}\{u_o(\xi, \eta)\}. \tag{2.28}
 \end{aligned}$$

Eine dünne Linse wirkt wie ein Phasentransformator (siehe Gleichung (2.56)). Somit lässt sich das Feld $u'_1(x_1, y_1)$ unmittelbar nach der Linse wie folgt beschreiben:

$$u'_1(x_1, y_1) = u_1(x_1, y_1) \cdot e^{-j\frac{k}{2f}(x_1^2 + y_1^2)}. \tag{2.29}$$

In der Beobachtungsebene lässt sich das Feld $u_f(x, y)$ durch Gleichung (2.30) darstellen (siehe Anhang A.1).

$$u_f(x, y) = \frac{e^{jkf}}{j\lambda f} e^{j\frac{k}{2f}(x^2 + y^2)} \cdot \mathcal{F}\{u_1(x_1, y_1)\} = \frac{e^{jk(d+f)}}{j\lambda f} e^{j\frac{k}{2f}(1 - \frac{d}{f})(x^2 + y^2)} \cdot \mathcal{F}\{u_o(\xi, \eta)\} \tag{2.30}$$

2.1.6 Gitter

Neben den kombinierten Phasenamplitudengittern können die Transmissionsgitter anhand ihrer Funktionsweise in reine Amplitudengitter und reine Phasengitter aufgeteilt werden. Amplitudengitter modulieren nur die Amplituden des einfallenden Lichts, Phasengitter nur dessen Phasen. Abb. 2.5 stellt den Querschnitt eines Rechteckamplitudengitters und eines Rechteckphasengitters dar, deren Perioden aus zwei Gebieten bestehen.

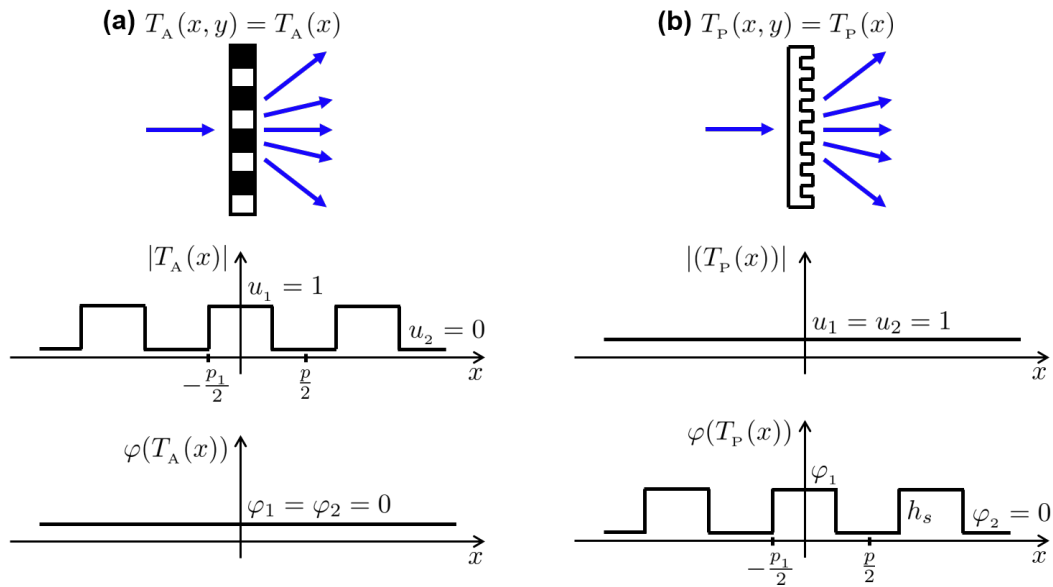


Abb. 2.5: Transmissionsgitter: (a) Rechteckamplitudengitter. (b) Rechteckphasengitter.

Die Gitter können allgemein durch $T(x, y)$ wie folgt definiert werden:

$$T(x, y) = T(x) = \begin{cases} u_{p1}(x) = u_1 \cdot e^{j\varphi_1}, & \text{für } -\frac{p_1}{2} < x < \frac{p_1}{2} \\ u_{p2}(x) = u_2 \cdot e^{j\varphi_2}, & \text{für } -\frac{p}{2} < x < -\frac{p_1}{2} \text{ und } \frac{p_1}{2} < x < \frac{p}{2}. \end{cases} \quad (2.31)$$

Dabei sind $u_{p1} = u_1 \cdot e^{j\varphi_1}$ und $u_{p2} = u_2 \cdot e^{j\varphi_2}$ die komplexen Amplituden der beiden Gebiete jeder Periode p . Der Betrag und die Phase der Gebiete sind jeweils u_1 , u_2 , φ_1 und φ_2 . Die Raumfrequenz entspricht dann $\nu = 1/p$. Das Tastverhältnis ergibt sich durch $\delta = p_1/p$. Als Rechteckamplitudengitter werden meist $u_1 = 1$ und $u_2 = 0$ definiert, die jeweils vollkommen durchlässig und vollkommen undurchlässig entsprechen. Für Rechteckphasengitter wird meist $\varphi_2 = 0$ angenommen. So lässt sich der Phasenhub φ_1 durch die Brechzahl des Materials der Umgebung n_0 und des Material des Gitters n_1

sowie eine Stufenhöhe h_s wie folgt berechnen:

$$\varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda}(n_1 - n_0)h_s. \quad (2.32)$$

Die Gitter $T(x, y)$ können wegen ihrer periodischen Strukturen auch mittels Fourierreihen wie

$$T(x, y) = T(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \cdot e^{j2\pi n x} \quad (2.33)$$

beschrieben werden, wobei A_n ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$) die Fourierkoeffizienten darstellen und durch die Gleichung (2.34)

$$A_n = \frac{1}{p} \int_{-p/2}^{p/2} T(x) \cdot e^{-j2\pi n x} dx = \begin{cases} (u_{p1} - u_{p2})\delta + u_{p2}, & \text{für } n = 0 \\ \frac{\sin(\pi n \delta)}{\pi n} (u_{p1} - u_{p2}), & \text{für } n = \pm 1, \pm 2, \dots \end{cases} \quad (2.34)$$

berechnet werden können (siehe Anhang A.2). Das Quadrat von A_n ist als Effizient der n -ten Beugungsordnung definiert, bzw. $\eta = |A_n|^2$. Die Fourierkoeffizienten der Rechteckamplitudengitter hängen von dem Tastverhältnis δ ab. Im Vergleich dazu beeinflussen sowohl das Tastverhältnis als auch der Phasenhub φ_1 der Rechteckphasengitter die Fourierkoeffizienten. In der Tabelle 2.1 sind einige Fourierkoeffizienten in Abhängigkeit der Gittertypen und der Gitterparameter aufgelistet, die für die Simulation im Kapitel 4 nötig sind. Anschaulich sind A_n bei Rechteckamplitudengittern reell, bei Rechteckphasengittern können sie hingegen komplex werden.

Tabelle 2.1: Fourierkoeffizienten von Rechteckgittern

Fourier- koeffizient	Rechteckamplitudengitter		Rechteckphasengitter		
	$\delta = 15\%$	$\delta = 10\%$	$\delta = 20\%$ $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$	$\delta = 20\%$ $\varphi_1 = \pi$	$\delta = 50\%$ $\varphi_1 = \pi$
A_0	0,15	0,1	0,8000+0,2000i	0,6000	0
$A_{-1} = A_1$	0,1445	0,0984	-0,1871+0,1871i	-0,3742	-0,6366
$A_{-2} = A_2$	0,1288	0,0935	-0,1514+0,1514i	-0,3027	0
$A_{-3} = A_3$	0,1048	0,0858	-0,1009+0,1009i	-0,2018	0,2122
$A_{-4} = A_4$	0,0757	0,0757	-0,0468+0,0468i	-0,0935	0
$A_{-5} = A_5$	0,0450	0,0637	0	0	-0,1273
$A_{-6} = A_6$	0,0164	0,0505	0,0312-0,0312i	0,0624	0
$A_{-7} = A_7$	-0,0071	0,0368	0,0432-0,0432i	0,0865	0,0909
$A_{-8} = A_8$	-0,0234	0,0234	0,0378-0,0378i	0,0757	0
$A_{-9} = A_9$	-0,0315	0,0109	0,0208-0,0208i	0,0416	-0,0707

2.2 Kohärenzeigenschaften von Licht

In künstlichen Lichtquellen, z.B. Glühlampen, Gasentladungslampen und Leuchtdioden (LEDs), senden die unterschiedlichen Atome der Lichtquellen ihrer eigenen Wellenpakete unabhängig voneinander aus. Die Phasen der Wellenpakete variieren mit der Zeit statistisch. Somit verändert sich die Summe der komplexen Amplituden der Wellenpakete bzw. des Lichts unvorhersehbar [24]. Die zeitliche Mittlung der Intensitäten über eine lange Zeitdauer wird als statistischer Mittelwert bezeichnet. Falls die statistischen Mittelwerte der Intensität des Lichts zeitlich konstant bleiben, ist dieses Licht statistisch stationär. Die statistischen Eigenschaften des stationären Lichts können mit dem Begriff der zeitlichen und der räumlichen Kohärenz beschrieben werden [19, 24].

2.2.1 Zeitliche Kohärenz

Angenommen, das stationäre Licht wird durch eine zufällige Funktion $u_o(\vec{r}, t)$ beschrieben. Um die Fluktuationen des Lichts an einem festen Ort zu betrachten, kann die Funktion einfach als $u_o(t)$ bezeichnet werden [19].

Die zeitliche Kohärenzfunktion $G(\tau)$ ist durch die Autokorrelationsfunktion von $U(t)$ definiert und wird mathematisch wie folgt dargestellt:

$$G(\tau) = \langle u_o^*(t) u_o(t + \tau) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T u_o^*(t) u_o(t + \tau) dt. \quad (2.35)$$

Die normierte Größe der Autokorrelationsfunktion wird als komplexer zeitlicher Kohärenzgrad $g(\tau)$ bezeichnet:

$$g(\tau) = \frac{G(\tau)}{G(0)} = \frac{\langle u_o^*(t) u_o(t + \tau) \rangle}{\langle u_o^*(t) u_o(t) \rangle} = \frac{\langle u_o^*(t) u_o(t + \tau) \rangle}{I(t)}. \quad (2.36)$$

Allgemein wird das Ausmaß der Korrelation zwischen $u_o(t)$ und $u_o(t + \tau)$ durch den Betrag von $g(\tau)$ bzw. $|g(\tau)|$ beschrieben. Die Kohärenzzeit τ_k wird meist durch die Formel

$$\tau_k = \int_{-\infty}^{\infty} |g(\tau)|^2 d\tau \quad (2.37)$$

beschrieben. Die Fluktuationen des Lichts sind für $\tau < \tau_k$ stark korreliert und für $\tau > \tau_k$ schwach. Die Kohärenzlänge lässt sich durch die Multiplikation zwischen der Kohärenzzeit und der Lichtgeschwindigkeit c beschreiben:

$$l_k = \tau_k \cdot c. \quad (2.38)$$

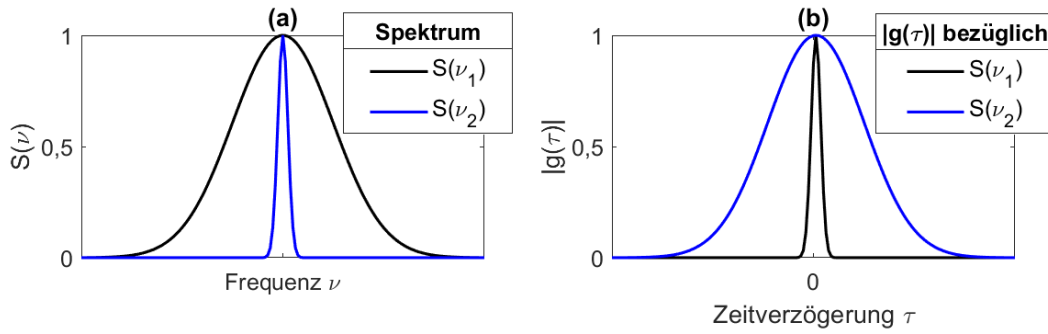


Abb. 2.6: Wiener-Khinchin-Theorem: (a) Spektren $S(\nu_1)$ und $S(\nu_2)$. (b) Beträge der zeitlichen Kohärenzgrade bzw. $|g(\tau)|$ jeweils bezüglich $S(\nu_1)$ und $S(\nu_2)$.

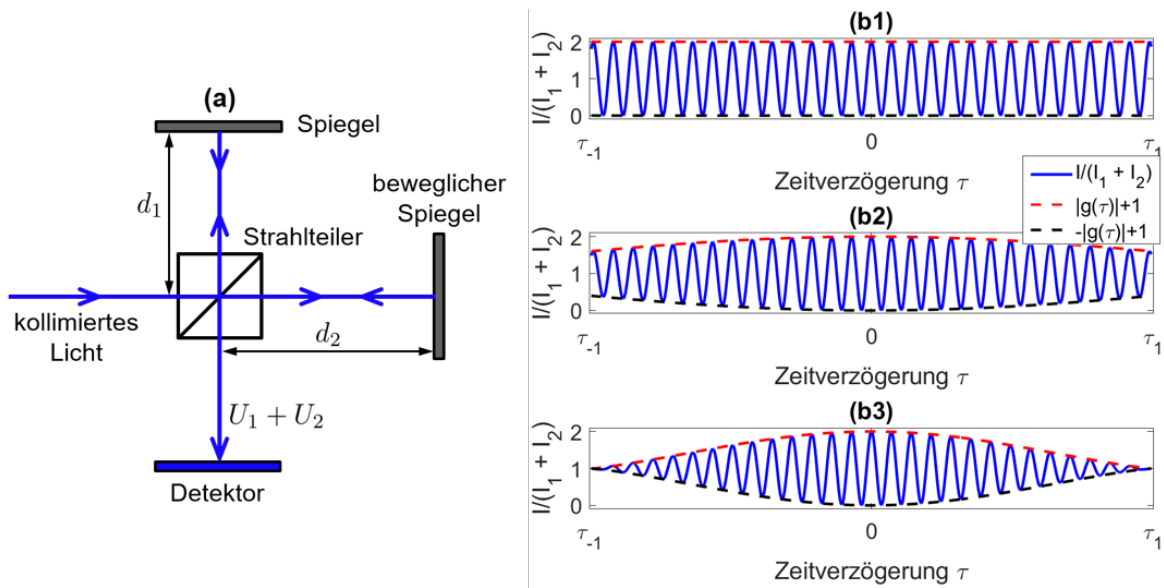


Abb. 2.7: Michelson-Interferometer: (a) Schematischer Versuchsaufbau. (b1) Interferogramm einer monochromatischen Wellenlänge λ_0 . (b2) Interferogramm der chromatischen Wellenlängen von $\lambda_0 - \Delta\lambda$ bis $\lambda_0 + \Delta\lambda$. (b3) Interferogramm der chromatischen Wellenlängen von $\lambda_0 - 2 \cdot \Delta\lambda$ bis $\lambda_0 + 2 \cdot \Delta\lambda$.

In der Praxis stehen zwei Methoden für die Bestimmung von $g(\tau)$ zur Verfügung: das Wiener-Khinchin-Theorem und das Michelson-Interferometer. Das Wiener-Khinchin-Theorem entspricht der Fourier-Transformation der zeitlichen Kohärenzfunktion und ist durch die Gleichung (2.39) gegeben. $S(\nu)$ bezeichnet das Spektrum des Lichts.

$$S(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} G(\tau) e^{-j2\pi\nu\tau} d\tau \quad (2.39)$$

Umgekehrt lässt sich $G(\tau)$ wie folgt berechnen:

$$G(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\nu) e^{j2\pi\nu\tau} d\nu. \quad (2.40)$$

Das bedeutet: Wenn man das Spektrum $S(\nu)$ mittels eines Spektrometers misst, kann $|g(\tau)|$ einfach ermittelt werden, indem man die inverse Fourier-Transformation des Spektrums normiert. Abb. 2.6 zeigt $|g(\tau)|$ in Abhängigkeit von der Breite des Spektrums. Ein breites Spektrum entspricht einem schmalen zeitlichen Kohärenzgrad und deshalb einer kleinen Kohärenzzeit und einer kurzen Kohärenzlänge.

Bei dem Michelson-Interferometer (siehe Abb. 2.7) wird ein Spiegel verschoben, während der andere stehen bleibt. Der Detektor erfasst die Intensitäten, die sich durch die Interferenz der zwei kollimierten Teilstrahlen ergeben. Als Ergebnis zeigt das Interferogramm in Abb. 2.7 (b) die Intensitätsänderung in Abhängigkeit von dem Weglängenunterschied oder der Zeitverzögerung zwischen den zweiten Teilstrahlen. $|g(\tau)|$ kann durch den Umschlag der Intensitätsänderung bestimmt werden. Monochromatisches Licht hat im Idealfall ein sinusförmiges Interferogramm. Je breiter das chromatische Spektrum ist, desto schneller sinkt die Intensität der Superposition von unterschiedlichen sinusförmigen Intensitäten. Dies stimmt mit dem Ergebnis aus dem Wiener-Khinchin-Theorem überein. Die zeitliche Kohärenz des Lichts wird durch die Breite des Spektrums festgelegt. Die Verbreiterung des Lichtspektrums verengt den zeitlichen Kohärenzgrad und verringert somit die Kohärenzzeit und die Kohärenzlänge.

2.2.2 Räumliche Kohärenz

Die Kreuzkorrelationfunktion von $u_o(\vec{r}_1, t)$ und $u_o(\vec{r}_2, t)$ an den Orten \vec{r}_1 und \vec{r}_2 ist als wechselseitige Kohärenzfunktion definiert. Die Gleichungen (2.41) und (2.42) stellen jeweils die wechselseitige Kohärenzfunktion und den komplexen Kohärenzgrad dar [19].

$$G(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau) = \langle u_o^*(\vec{r}_1, t) u_o(\vec{r}_2, t + \tau) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T u_o^*(\vec{r}_1, t) u_o(\vec{r}_2, t + \tau) dt \quad (2.41)$$

$$g(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau) = \frac{G(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau)}{\sqrt{G(\vec{r}_1, \vec{r}_1, 0) \cdot G(\vec{r}_2, \vec{r}_2, 0)}} = \frac{G(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau)}{\sqrt{I(\vec{r}_1) \cdot I(\vec{r}_2)}} \quad (2.42)$$

Bei $\tau = 0$ wird die wechselseitige Kohärenzfunktion auch als wechselseitige Intensität bezeichnet:

$$G(\vec{r}_1, \vec{r}_2, 0) = \langle u_o^*(\vec{r}_1, t) u_o(\vec{r}_2, t) \rangle. \quad (2.43)$$

Wir betrachten nun als Beispiel eine ebene Welle, die sich mit einer Geschwindigkeit c in z -Richtung ausbreitet. Die ebene Welle kann durch die Gleichung (2.44) beschrieben werden.

$$u_o(\vec{r}, t) = a(t - \frac{z}{c}) e^{j2\pi\nu_0(t - \frac{z}{c})} \quad (2.44)$$

Wenn wir dies in die Gleichung (2.41) einsetzen, dann erhalten wir folgendes Ergebnis:

$$\begin{aligned}
 G(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T a^*(t - \frac{z_1}{c}) e^{-j2\pi\nu_0(t - \frac{z_1}{c})} a(t + \tau - \frac{z_2}{c}) e^{j2\pi\nu_0(t + \tau - \frac{z_2}{c})} dt \\
 &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T a^*(t - \frac{z_1}{c}) a(t - \frac{z_1}{c} + \tau - \frac{z_2 - z_1}{c}) dt \cdot e^{j2\pi\nu_0(\tau - \frac{z_2 - z_1}{c})} \\
 &= G_a(\tau - \frac{z_2 - z_1}{c}) \cdot e^{j2\pi\nu_0(\tau - \frac{z_2 - z_1}{c})}.
 \end{aligned} \tag{2.45}$$

Die räumlichen Kohärenzeigenschaften können durch die wechselseitige Intensität (Gleichung (2.46)) und die entsprechende Normierung (Gleichung (2.47)) bestimmt werden.

$$G(\vec{r}_1, \vec{r}_2, 0) = G_a(\frac{z_2 - z_1}{c}) \cdot e^{j2\pi\nu_0 \frac{z_2 - z_1}{c}} \tag{2.46}$$

$$g(\vec{r}_1, \vec{r}_2, 0) = g_a(\frac{z_2 - z_1}{c}) \cdot e^{j2\pi\nu_0 \frac{z_2 - z_1}{c}} \tag{2.47}$$

Dabei ist $g_a(\frac{z_2 - z_1}{c})$ der zeitliche Kohärenzgrad der zufälligen Funktion $a(t)$ bei der Zeitverzögerung $\frac{z_2 - z_1}{c}$. Der räumliche Kohärenzgrad $g(\vec{r}_1, \vec{r}_2, 0)$ hat bei $z_1 = z_2$ den Wert 1. Das bedeutet, dass die Fluktuationen an den Punkten auf derselben Wellenfront vollständig korreliert sind. Mit der Zunahme des Abstands in der longitudinalen Richtung sinkt der räumliche Kohärenzgrad. Für $|z_2 - z_1| > l_k$ sind die Fluktuationen der Punkte nicht mehr korreliert (siehe Abb. 2.8).

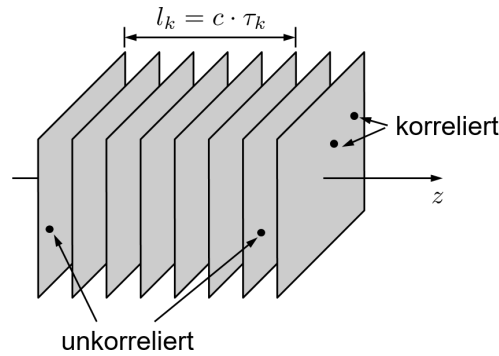


Abb. 2.8: Kohärenzeigenschaften der partiell kohärenten ebenen Wellen

Um den räumlichen Kohärenzgrad der Lichtquelle zu bestimmen, kann das Doppelspalt-Interferenzexperiment von Young (engl.: Young's double-slit interferometer) angewendet werden (siehe Abb. 2.9). Wie in Literatur [19] nehmen nun auch wir an, dass das einfallende Licht im Doppelspaltinterferometer von Young aus vielen unabhängigen ebenen Wellen besteht, die aus einer ausgedehnten monochromatischen Lichtquelle leuchten. Die sich in z -Richtung ausbreitende ebene Welle hat die Formel

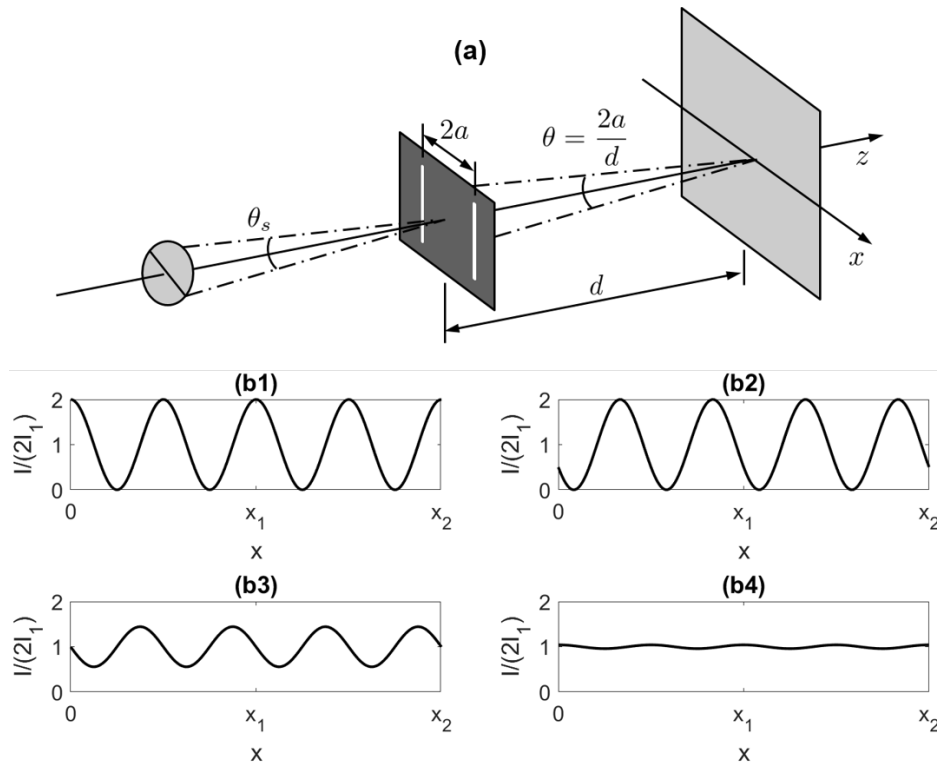


Abb. 2.9: Doppelspaltinterferometer von Young: (a) Schematischer Versuchsaufbau. (b1) Interferenzmuster entsprechend der monochromatischen Punktlichtquelle auf der optischen Achse. (b2) Interferenzmuster entsprechend einer außeraxialen monochromatischen Punktlichtquelle. (b3) Interferenzmuster entsprechend einer ausgedehnten monochromatischen Lichtquelle mit dem Winkeldurchmesser $\frac{\lambda}{10a}$. (b4) Interferenzmuster entsprechend einer ausgedehnten monochromatischen Lichtquelle mit dem Winkeldurchmesser $\frac{\lambda}{2a}$.

$u_o(\vec{r}_o, t) = \exp(-jkz)\exp(j2\pi\nu_0 t)$. Demnach haben die Fluktuationen der Welle an den zwei Orten $\vec{r}_1 = (-a, 0, 0)$ und $\vec{r}_2 = (a, 0, 0)$ auf dem undurchsichtigen Schirm einen räumlichen Kohärenzgrad $g(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau) = 1$. Die Welle wird durch die Spalten gebeugt, die Ausgangspunkte für neue Kugelwellen sind. Die gebeugten Wellen haben die gleiche Intensität und interferieren am Punkt $\vec{r} = (x, 0, d)$ in der Beobachtungsebene. Im Rahmen der parabolischen Näherung können die Propagationen der gebeugten Wellen durch die Gleichungen (2.48) und (2.49) beschrieben werden und sie haben die gleiche Intensität I_1 am Punkt \vec{r} .

$$u_1(\vec{r}, t) \propto u_o(\vec{r}_1, t - \frac{|r - r_1|}{c}) \approx u_o(\vec{r}_1, t - \frac{d + (x + a)^2/(2d)}{c}) \quad (2.48)$$

$$u_2(\vec{r}, t) \propto u_o(\vec{r}_2, t - \frac{|r - r_2|}{c}) \approx u_o(\vec{r}_2, t - \frac{d + (x - a)^2/(2d)}{c}) \quad (2.49)$$

Die Zeitverzögerung der Wellen kann durch die Gleichung (2.50) berechnet werden.

$$\tau_x = \frac{|\vec{r} - \vec{r}_1| - |\vec{r} - \vec{r}_2|}{c} = \frac{(x+a)^2 - (x-a)^2}{2dc} = \frac{2ax}{dc} \quad (2.50)$$

Die interferierenden Intensitäten $I(x)$ in der Beobachtungsebene lassen sich wie folgt beschreiben [19]:

$$\begin{aligned} I(x) &= 2I_1[1 + \operatorname{Re}\{g(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \cdot e^{j2\pi\nu_0\tau_x}\}] \\ &= 2I_1[1 + |g(\vec{r}_1, \vec{r}_2)| \cdot \cos(\varphi + 2\pi \frac{c}{\lambda} \frac{2ax}{dc})] \\ &= 2I_1[1 + |g(\vec{r}_1, \vec{r}_2)| \cdot \cos(\varphi + \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{2a}{d}x)]. \end{aligned} \quad (2.51)$$

Dabei ist φ die Phase von $g(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$. Die Gleichung (2.51) zeigt ein sinusförmiges Interferenzmuster mit der Sichtbarkeit $|g(\vec{r}_1, \vec{r}_2)|$ in Abhängigkeit von der x -Achse.

Für die ebene Welle, die mit einem kleinen Winkel $|\theta_x|$ zur x -Achse einfällt, gilt: $u_o(\vec{r}_o, t) \approx \exp(-jkz)\exp(j\omega_0 t)\exp(-jk\theta_x x)$. Der Term $\exp(-jk\theta_x x)$ ruft eine Phasenverschiebung um $-k\theta_x 2a$ in der Gleichung (2.51) hervor, somit verschiebt sich das Interferenzmuster um $2a\theta_x/\lambda$ in der x -Richtung. Letztendlich ergibt sich eine Intensitätsverteilung als Superposition der versetzten sinusförmigen Interferenzmuster (siehe Abb. 2.9 (b1) bis (b4)). Eine Verschiebung um $\theta_x = \lambda/(2a)$ reicht für die Verwischung des Interferenzmusters aus.

Wenn der Winkeldurchmesser der ausgedehnten Lichtquelle die Bedingung $\theta_Q \geq \lambda/(2a)$ erfüllt, dann werden die Fluktuationen an den zwei Punkten unkorreliert. Eine ausgedehnte Lichtquelle mit dem Winkeldurchmesser θ_Q hat einen Kohärenzabstand ρ und eine Kohärenzfläche A_k , die durch die Gleichungen (2.52) und (2.53) definiert werden.

$$\rho \approx \frac{\lambda}{\theta_Q} \quad (2.52)$$

$$A_k \approx \left(\frac{\lambda}{\theta_Q}\right)^2 \quad (2.53)$$

Die Ausdehnung der Lichtquelle beeinflusst die räumliche Kohärenz. Eine Lichtquelle mit der Wellenlänge $\lambda = 400\text{nm}$ und einem Durchmesser von $1\mu\text{m}$ hat in einem Propagationsabstand 10mm einen Kohärenzabstand $\rho = 4\text{mm}$ und eine Kohärenzfläche $A_k = 16\text{mm}^2$. Im Vergleich dazu sind $\rho = 4\mu\text{m}$ und $A_k = 16\mu\text{m}^2$, wenn die Lichtquelle einen Durchmesser von 1mm besitzt.

2.3 Optische Abbildung

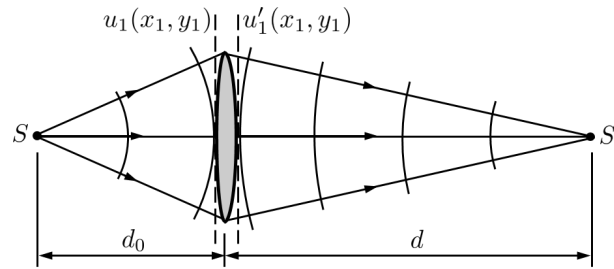


Abb. 2.10: Linse als Phasentransformator

Im optischen Abbildungssystem spielen Linsen eine wichtige Rolle. Abb. 2.10 zeigt, wie ein Objektpunkt S im Idealfall durch eine dünne Einzellinse in einen Bildpunkt S' abgebildet wird. Diese Abbildung entspricht einer Umwandlung einer vom Punkt S ausgehenden divergenten Kugelwelle in eine perfekt konvergierende Kugelwelle, die sich im Punkt S' trifft. Im Rahmen der paraxialen Näherung können die divergente und die konvergierte Kugelwelle jeweils durch Gleichung (2.54) und (2.55) definiert werden.

$$u_1(x_1, y_1) = A e^{j k d_0} e^{j \frac{k}{2 d_0} (x_1^2 + y_1^2)} \quad (2.54)$$

$$u'_1(x_1, y_1) = A e^{-j k d} e^{-j \frac{k}{2 d} (x_1^2 + y_1^2)} \quad (2.55)$$

Unter Vernachlässigung der konstanten Phasenfaktoren $e^{j k d_0}$ und $e^{j k d}$ lässt sich die Transmissionsfunktion der Linse wie folgt beschreiben:

$$t(x_1, y_1) = \frac{u'_1(x_1, y_1)}{u_1(x_1, y_1)} = e^{-j k \frac{x_1^2 + y_1^2}{2} \left(\frac{1}{d} + \frac{1}{d_0} \right)} = e^{-j k \frac{x_1^2 + y_1^2}{2 f}}. \quad (2.56)$$

Veranschaulicht man sich dies, so bewirkt die dünne Linse nur eine Phasentransformation. Unter Berücksichtigung der begrenzten Öffnung bzw. der Pupille

$$P(x_1, y_1) = \begin{cases} 1, & \text{innerhalb der Pupille} \\ 0, & \text{außerhalb der Pupille} \end{cases} \quad (2.57)$$

wird die Transmissionsfunktion der Linse durch die Gleichung (2.58) dargestellt.

$$t(x_1, y_1) = P(x_1, y_1) e^{-j k \frac{x_1^2 + y_1^2}{2 f}} \quad (2.58)$$

Ein beugungsbegrenztes Abbildungssystem kann einfach durch ein verallgemeinertes Modell dargestellt werden (siehe Abb. 2.11). Das Modell besteht aus einem Objekt,

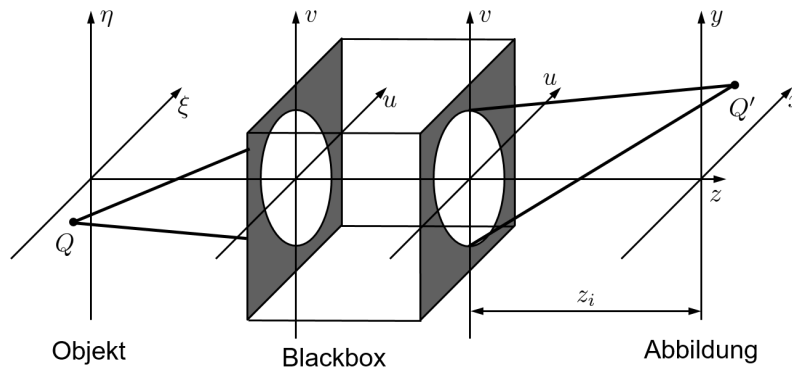


Abb. 2.11: Verallgemeinertes Modell eines Abbildungssystems

einer Blackbox und der entsprechenden Abbildung. In der Blackbox sind alle optischen Elemente wie z.B. Linsen zusammengefasst. Die Lichtausbreitung von der Eintrittspupille zur Austrittspupille kann durch die geometrische Optik hinreichend bestimmt werden. Somit lassen sich die wesentlichen Eigenschaften des Systems durch die Eintrittspupille und die Austrittspupille vollständig beschreiben [18]. Die Lichtausbreitung vom Objekt zur Eintrittspupille oder alternativ von der Austrittspupille zum Bild kann durch die skalare Beugungstheorie erklärt werden. Denn die Austrittspupille ist zugleich die Abbildung der Eintrittspupille, d.h. sie sind zueinander konjugiert [25]. Deshalb reicht es aus, die Lichtausbreitung von der Austrittspupille zur Abbildungsebene durch die Beugungstheorie zu beschreiben [18, 26].

Optische Systeme werden als lineare invariante Systeme behandelt. Beim kohärenten Abbildungssystem ist die komplexe Amplitude der Abbildung bzw. des Bildes eine lineare Überlagerung der komplexen Amplituden aller Bildpunkte. Beim inkohärenten Abbildungssystem ist die Intensität des Bildes eine lineare Überlagerung der Intensitäten aller Bildpunkte.

2.3.1 Kohärente Abbildung

Wir nehmen an, dass ein Objektpunkt $Q(\xi, \eta)$ durch ein beugungsbegrenztes Abbildungssystem (siehe Abb. 2.11) mit einem Abbildungsmaßstab M im Bildpunkt $Q'(M\xi, M\eta) = Q'(\tilde{\xi}, \tilde{\eta})$ abgebildet wird. Die Austrittspupille wird als $P(u, v)$ bezeichnet. Dann wird die Punktbildfunktion der Bildkoordinaten (x, y) in Reaktion auf den Objektpunkt (ξ, η) durch das Fraunhofersche Beugungsintegral der Austrittspupille wie folgt bestimmt [18]:

$$h(x, y; \xi, \eta) = \frac{A}{\lambda z_i} \iint_{-\infty}^{\infty} P(u, v) e^{-j \frac{2\pi}{\lambda z_i} [(x-M\xi)u + (y-M\eta)v]} du dv \quad (2.59)$$

bzw.

$$h(x - \tilde{\xi}, y - \tilde{\eta}) = \frac{A}{\lambda z_i} \iint_{-\infty}^{\infty} P(u, v) e^{-j \frac{2\pi}{\lambda z_i} [(x - \tilde{\xi})u + (y - \tilde{\eta})v]} du dv \quad (2.60)$$

bzw.

$$h(x, y) = \frac{A}{\lambda z_i} \iint_{-\infty}^{\infty} P(u, v) e^{-j \frac{2\pi}{\lambda z_i} (ux + vy)} du dv. \quad (2.61)$$

Das bedeutet, dass die Punktbildfunktion der Fourier-Transformation mit einem Faktor $\frac{A}{\lambda z_i}$ entspricht. Dabei ist A eine Konstante. Die komplexen Amplituden $u_i(x, y)$ des Bilds können durch die Gleichung (2.62)

$$u_i(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} u_o(\tilde{\xi}, \tilde{\eta}) h(x - \tilde{\xi}, y - \tilde{\eta}) d\tilde{\xi} d\tilde{\eta} = u_o(x, y) * h(x, y) \quad (2.62)$$

beschrieben werden. Die Gleichung (2.62) zeigt auch, dass die komplexen Amplituden des Bildes einer Faltung zwischen den komplexen Amplituden des Objekts und der Punktbildfunktion entsprechen. Nach einer Fourier-Transformation der Gleichung (2.62) wird die Abbildung durch ihre Frequenzinformation in Gleichung (2.63) dargestellt.

$$U_i(f_X, f_Y) = U_o(f_X, f_Y) H(f_X, f_Y) \quad (2.63)$$

Dabei gelten die Gleichungen (2.64), (2.65) und (2.66).

$$U_i(f_X, f_Y) = \iint_{-\infty}^{\infty} u_i(x, y) e^{-j2\pi(f_X x + f_Y y)} dx dy \quad (2.64)$$

$$U_o(f_X, f_Y) = \iint_{-\infty}^{\infty} u_o(x, y) e^{-j2\pi(f_X x + f_Y y)} dx dy \quad (2.65)$$

$$H(f_X, f_Y) = \iint_{-\infty}^{\infty} h(x, y) e^{-j2\pi(f_X x + f_Y y)} dx dy \quad (2.66)$$

$H(f_X, f_Y)$ wird als Übertragungsfunktion des kohärenten Abbildungssystems (CTF) bezeichnet. Laut des Ähnlichkeitssatzes und der Zyklizität [18] lässt sich daraus dann die Formel in Gleichung (2.67) ableiten.

$$H(f_X, f_Y) = (A\lambda z_i) P(-\lambda z_i f_X, -\lambda z_i f_Y) = (A\lambda z_i) P(-u, -v) \quad (2.67)$$

Zur Vereinfachung werden in der Gleichung (2.67) die negativen Vorzeichen in $P(-u, -v)$ aufgrund der Symmetrie der Austrittspupille vernachlässigt und der Faktor $A\lambda z_i$ wird auf 1 gesetzt [18]. Somit lässt sich die Beziehung zwischen der Übertragungsfunktion und der Austrittspupille durch die Gleichung (2.68) beschreiben.

$$H(f_X, f_Y) = P(\lambda z_i f_X, \lambda z_i f_Y) = P(u, v) \quad (2.68)$$

Das bedeutet, dass die Übertragungsfunktion der Austrittspupille entspricht. Die Ortsfrequenzen können durch die Koordinaten der Austrittspupille wie folgt dargestellt werden:

$$f_X = \frac{u}{\lambda z_i}, \quad (2.69)$$

$$f_Y = \frac{v}{\lambda z_i}. \quad (2.70)$$

2.3.2 Inkohärente Abbildung

Die Intensitäten $I_i(x, y)$ des Bildes können durch die Gleichung (2.71)

$$I_i(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} I_o(\tilde{\xi}, \tilde{\eta}) |h(x - \tilde{\xi}, y - \tilde{\eta})|^2 d\tilde{\xi} d\tilde{\eta} \quad (2.71)$$

beschrieben werden. Ihre normierten Winkelspektren sind wie folgt definiert:

$$U_i(f_X, f_Y) = \frac{\iint_{-\infty}^{\infty} I_i(x, y) e^{-j2\pi(f_X x + f_Y y)} dx dy}{\iint_{-\infty}^{\infty} I_i(x, y) dx dy}, \quad (2.72)$$

$$U_o(f_X, f_Y) = \frac{\iint_{-\infty}^{\infty} I_o(x, y) e^{-j2\pi(f_X x + f_Y y)} dx dy}{\iint_{-\infty}^{\infty} I_o(x, y) dx dy}, \quad (2.73)$$

$$\mathcal{H}(f_X, f_Y) = \frac{\iint_{-\infty}^{\infty} |h(x, y)|^2 e^{-j2\pi(f_X x + f_Y y)} dx dy}{\iint_{-\infty}^{\infty} |h(x, y)|^2 dx dy}. \quad (2.74)$$

$\mathcal{H}(f_X, f_Y)$ wird als optische Übertragungsfunktion (OTF) bezeichnet. Die Beziehung zwischen $H(f_X, f_Y)$ und $\mathcal{H}(f_X, f_Y)$ kann durch die Gleichung (2.75) beschrieben wer-

den.

$$\mathcal{H}(f_X, f_Y) = \frac{\iint_{-\infty}^{\infty} H(p, q) H^*(p - f_X, q - f_Y) dp dq}{\iint_{-\infty}^{\infty} |H(p, q)|^2 dp dq} = \frac{H(f_X, f_Y) \otimes H(f_X, f_Y)}{\iint_{-\infty}^{\infty} |H(p, q)|^2 dp dq} \quad (2.75)$$

Das heißt, dass $\mathcal{H}(f_X, f_Y)$ die normierte Autokorrelation von $H(f_X, f_Y)$ ist. Abb. 2.12 stellt schematisch die Beziehung zwischen $H(f_X, f_Y)$ und $\mathcal{H}(f_X, f_Y)$ dar, in denen eine kreisförmige Pupille verwendet wird. Anschaulich ist die maximale Frequenz bzw. Grenzfrequenz von $\mathcal{H}(f_X, f_Y)$ zweifach der Grenzfrequenz f_0 von $H(f_X, f_Y)$. Die Frequenzen innerhalb der Grenzfrequenz der kohärenten Abbildung werden mit dem Kontrast 1 zur Abbildung übertragen. Das inkohärente Abbildungssystem hat zwar eine verbreiterte Übertragungsfunktion, aber der Kontrast sinkt kontinuierlich mit Erhöhung der Frequenzen.

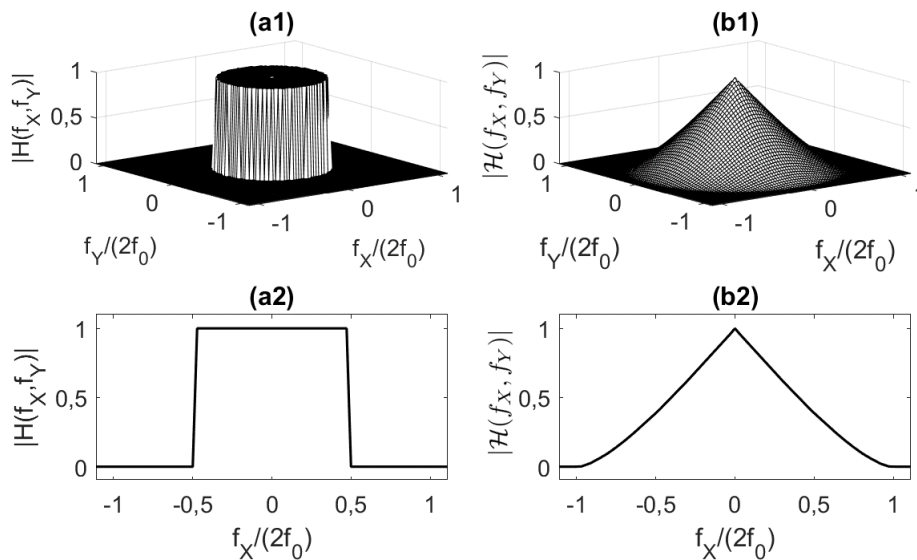


Abb. 2.12: Übertragungsfunktion: (a1) und (a2): vom kohärenten Abbildungssystem. (b1) und (b2): vom inkohärenten Abbildungssystem.

2.3.3 Aberrationen

Unter Abbildungsfehlern oder Aberrationen versteht man in der geometrischen Optik Abweichungen der realen von der idealen geometrisch-optischen Abbildung. Abb. 2.13 stellt schematisch die Schnittpunktabweichung oder Strahlenaberration dar, die die durch Abbildungsfehler hervorgerufenen Abweichungen erfasst. Die meridionale Quer-

abweichung und die sagittale Querabweichung sind jeweils durch

$$\Delta x' = \hat{x}' - x' \quad (2.76)$$

und

$$\Delta y' = \hat{y}' - y' \quad (2.77)$$

beschrieben, wobei (x', y') und (\hat{x}', \hat{y}') jeweils die Koordinaten eines Bezugsstrahls und die Koordinaten eines Strahl-Durchstoßpunktes sind. Als ein Bezugsstrahl kann der Hauptstrahl verwendet werden.

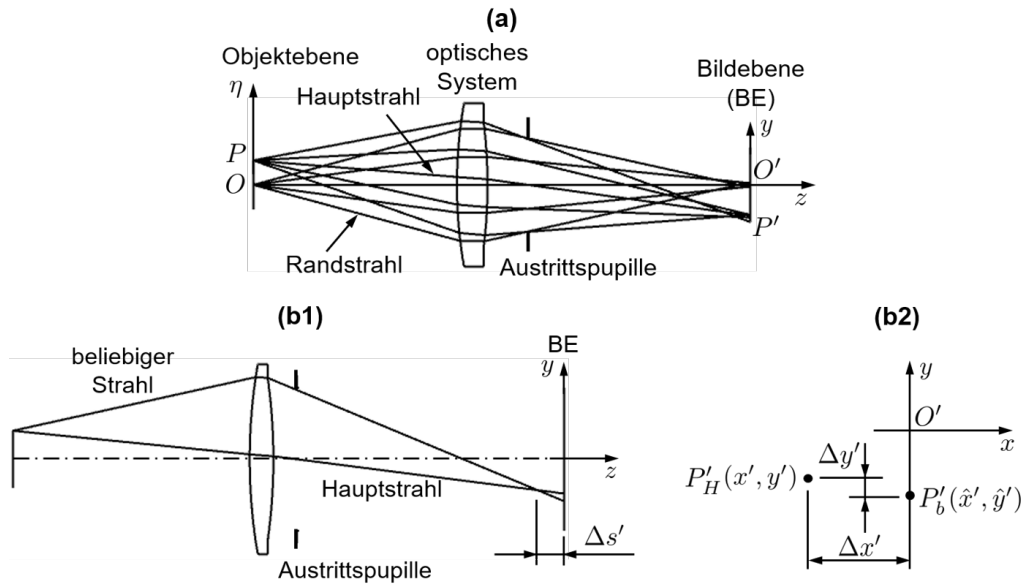


Abb. 2.13: Schnittpunktabweichung: (a) Strahlenaberration. (b1) Längsabweichung. (b2) Querabweichung.

Existiert ein Defokus, dann muss die Bildebene (BE) nicht die Gaußsche Bildebene (GEB) sein. Die Bildebene bzw. Bezugsebene kann auch eine Fokusebene sein, an der sich der Radius der Spots minimal befindet. Die Längsabweichung $\Delta s'$ (Abb. 2.13 (b1)) ist der axiale Abstand des Schnittpunktes des Hauptstrahls mit dem beliebigen Strahl zur Bildebene.

Sphärische Aberration oder Öffnungsfehler, Astigmatismus, Koma, Bildfeldwölbung und Verzeichnung sind fünf Aberrationen, die zu den monochromatischen Fehlern gezählt werden. Farbquerfehler und Farb längsfehler sind zwei Aberrationen, die den chromatischen Fehlern zugeordnet werden.

Der Öffnungsfehler oder die sphärische Aberration (siehe Abb. 2.14 (a)) bezeichnet die Abbildungsfehler eines Punkts auf der optischen Achse. Der Öffnungsfehler ist symmetrisch. Die sphärische Längsabweichung $\Delta s'$ und die sphärische Querabweichungen hängen von dem objektseitigen Schnittwinkel oder der Einfallshöhe h_{ein} der Strahlen

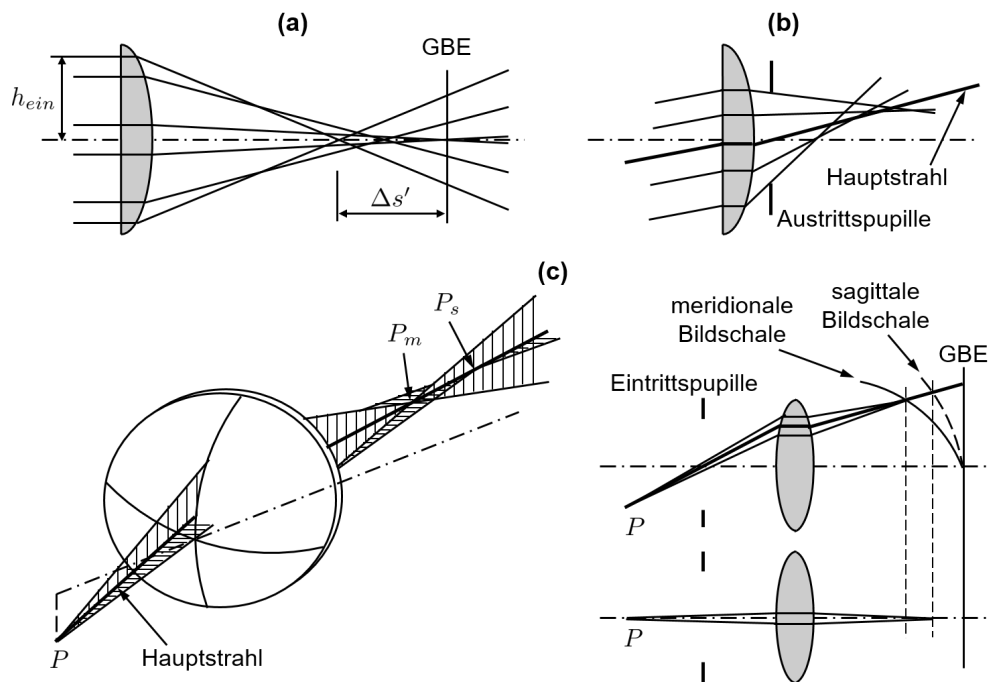


Abb. 2.14: Wellenaberrationen: (a) Öffnungsfehler. (b) Koma. (c) Astigmatismus.

auf die sphärische Fläche ab.

Das Koma oder der Asymmetriefehler bezeichnet die Abbildungsfehler der Strahlen bezüglich des Hauptstrahls der außeraxialen Punkte (siehe Abb. 2.14 (b)). Neben der brechenden Fläche hängt das Koma auch von der Lage der Systemblende ab. Durch Optimierung der Lage der Systemblende kann das Koma minimiert werden.

Der Astigmatismus oder Zweischaleneffekt (siehe Abb. 2.14 (c)) bezeichnet die Abbildungsfehler der hauptstrahlennahen Strahlen außeraxialer Punkte. Da die Strahlenbündel unterschiedlich gebrochen werden, liegen die Bildpunkte im Meridionalschnitt und im Sagittalschnitt auf zwei verschiedenen gekrümmten Bildschalen. Das Auseinanderfallen der meridionalen und der sagittalen Bildschale wird auch als Astigmatismus bezeichnet. Das Vorliegen von gekrümmten Bildschalen wird Bildfeldwölbung genannt.

Eine Verzeichnung ist ein Abbildungsfehler, der die Ähnlichkeit zwischen Bild und Objekt beeinträchtigt. Dabei werden die geraden Linien außerhalb der optischen Achse gekrümmt wiedergegeben. Der Farbquerfehler und der Farblängsfehler entstehen aufgrund unterschiedlicher Wellenlängen, die durch die optischen Elemente verschieden gebrochen werden.

In der Wellenoptik können die Aberrationen durch die Abweichungen der Wellenfront der Austrittspupille von der idealen Kugelform dargestellt werden (siehe Abb. 2.15). Diese Abweichung kann durch eine Phasenabweichung $kW(x, y)$ beschrieben werden, wobei $W(x, y)$ durch die Zernike-Polynome dargestellt werden kann. Die komplexe

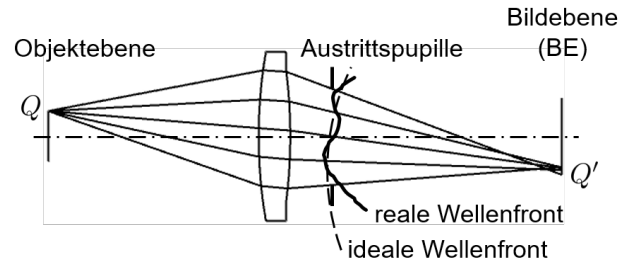


Abb. 2.15: Wellenaberration in Wellenoptik

Amplitude der generalisierten Pupillenfunktion ist in Gleichung (2.78) dargestellt.

$$\mathcal{P}(x, y) = P(x, y)e^{jkW(x, y)} \quad (2.78)$$

Mit dieser Definition kann die Punktbildfunktion eines fehlerbehafteten kohärenten Abbildungssystems durch das Fraunhofersche Beugungsintegral von \mathcal{P} beschrieben werden. Die Intensitätsimpulsantwort eines fehlerbehafteten inkohärenten Abbildungssystems ist die quadratische Größe der Punktbildfunktion.

2.4 Phasenrückgewinnungsalgorithmus

In der Optik kann die Intensitätsinformation eines Objekts messtechnisch von optischen Geräten aufgenommen werden. Die Phasen des Objekts enthalten zwar Informationen über seine Struktur, die jedoch schwierig zu erlangen sind. Das Verfahren zur Rekonstruktion der Phaseninformation aus der Intensitätsinformation wird als Phasenrückgewinnung (engl.: phase retrieval) bezeichnet.

Ein bekannter und klassischer iterativer Phasenrückgewinnungsalgorithmus ist der Gerchberg-Saxton-Algorithmus (GS-Algorithmus), den Gerchberg und Saxton im Jahr 1972 vorschlugen [27]. Dieser Algorithmus kann für die zweidimensionale Phasenrückgewinnung verwendet werden, hat allerdings in der Praxis Nachteile, z.B. zu viele Iterationen und langsame Konvergenz. Um diese Nachteile zu beheben, schlug Fienup verbesserte Algorithmen vor, z.B. den Eingabe-Ausgabe-Algorithmus, den Ausgabe-Ausgabe-Algorithmus und den Hybrid-Eingabe-Ausgabe-Algorithmus sowie das Gradientenverfahren [28–32].

2.4.1 Gerchberg-Saxton-Algorithmus

Der Gerchberg-Saxton-Algorithmus wurde erfunden, um die Phasen aus zwei aufgenommenen Intensitätsbildern $|f(x, y)|^2$ und $|F(f_X, f_Y)|^2$ zu rekonstruieren [27–29, 33]. Die zwei Intensitäten sind die Quadrate der komplexen Amplituden, die miteinander

ein Paar der Fourier-Transformation bilden. Die zwei komplexen Amplituden $f(x, y)$ und $F(f_X, f_Y)$ sind jeweils die Abbildung im Ortsraum und ihre inverse Fourier-Transformation im Frequenzraum. Durch eine iterative Transformation zwischen dem Ortsraum und Frequenzraum erhält man die letztendlichen Schätzungen der Phasen der komplexen Amplituden.

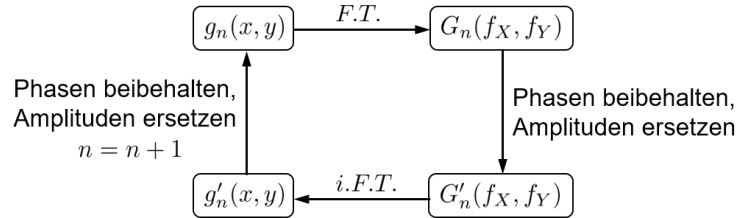


Abb. 2.16: Diagramm zum Gerchberg-Saxton-Algorithmus

Abb. 2.16 stellt den GS-Algorithmus mit vier Schritten in der n -ten Iteration dar. Zunächst wird $g_n(x, y)$, die eine Schätzung von $f(x, y)$ ist, Fourier-transformiert:

$$G_n(f_X, f_Y) = \mathcal{F}\{g_n(x, y)\} = |G_n(f_X, f_Y)| \cdot e^{j\varphi_n(f_X, f_Y)}. \quad (2.79)$$

Dann wird der Betrag $|G_n(f_X, f_Y)|$ durch $|F(f_X, f_Y)|$ ersetzt:

$$G'_n(f_X, f_Y) = |F(f_X, f_Y)| \cdot e^{j\varphi_n(f_X, f_Y)}. \quad (2.80)$$

Danach wird eine inverse Fourier-Transformation von $G'_n(f_X, f_Y)$ durchgeführt:

$$g'_n(x, y) = \mathcal{F}^{-1}\{G'_n(f_X, f_Y)\} = |g'_n(x, y)| \cdot e^{j\theta'_n(x, y)}. \quad (2.81)$$

Anschließend wird $|g'_n(x, y)|$ durch $|f(x, y)|$ ersetzt. $g_{n+1}(x, y)$ wird als die neue Schätzung für die nächste Iteration definiert:

$$g_{n+1}(x, y) = |f(x, y)| \cdot e^{j\theta'_n(x, y)} = |f(x, y)| \cdot e^{j\theta_{n+1}(x, y)}. \quad (2.82)$$

Nachdem diese vier Schritte in jeder Iteration durchgeführt wurden, findet eine neue Iteration mit den vier Schritten statt.

Der mittlere quadratische Fehler ist durch

$$B = E_{F,n}^2 = N^{-2} \sum_{f_X, f_Y} [|G_n(f_X, f_Y) - F(f_X, f_Y)|]^2 \quad (2.83)$$

definiert, wobei N die Anzahl des Samplings der diskreten Fourier-Transformation (DFT) darstellt. Denn die Beziehung $E_{F,n+1}^2 \leq E_{F,n}^2$ erfüllt ist, wird der Fehler mittels des GS-Algorithmus iterativ reduziert [28]. Dabei muss berücksichtigt werden, dass die anfänglichen Schätzungen auch die Konvergenz beeinflussen. Wenn die anfängliche Schätzung nicht gut ist, konvergiert der Algorithmus zu einer lokalen Lösung und fällt sogar in einen stagnierenden Zustand [28]. In der Praxis verringert der GS-Algorithmus den Fehler für die ersten Iterationen schnell, für die folgenden jedoch

viel langsamer [27, 34, 35]. Um die Konvergenz zu beschleunigen, kann der Eingabe-Ausgabe-Algorithmus [29–32] eingesetzt werden.

Im optischen Abbildungssystem werden oft nur die Intensitäten der Abbildung im Ortsraum aufgenommen. In der Fourieroptik werden dagegen oft nur die Intensitäten des Fourierpektrums im Frequenzraum aufgenommen. In der Situation mit nur einem bekannten Intensitätsbild kann der GS-Algorithmus auch für die Rekonstruktion der Phasen verwendet werden. In diesem Fall sind nur drei Schritte nötig. Alternativ kann der Eingabe-Ausgabe-Algorithmus oder das Gradientenverfahren verwendet werden. Im Folgenden werden der Eingabe-Ausgabe-Algorithmus und das Gradientenverfahren für die Situation erklärt, in der nur die Intensitäten des Fourierpektrums bzw. $|F(f_X, f_Y)|^2$ bekannt sind.

2.4.2 Eingabe-Ausgabe-Algorithmus

Die ersten drei Schritte des Eingabe-Ausgabe-Algorithmus sind die gleichen wie beim GS-Algorithmus (siehe Abb. 2.17).

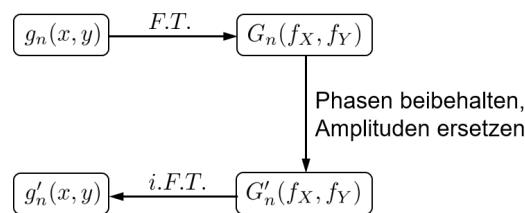


Abb. 2.17: Diagramm zum Eingabe-Ausgabe-Algorithmus

In jeder Iteration wird der Betrag des berechneten Fourierpektrums mit dem gemessenen Betrag verglichen und mit diesem ersetzt. Die Änderung der Ausgabe ist durch die Gleichung (2.84)

$$\Delta g_n(x, y) = \begin{cases} 0, & (x, y) \notin \gamma \\ -g'_n(x, y), & (x, y) \in \gamma \end{cases} \quad (2.84)$$

definiert. Dabei gibt γ die Koordinaten an, bei denen die Einschränkungen im Ortsraum nicht erfüllt sind. Die Einschränkungen können z.B. keine negativen Werte, Phasen als Null für Amplitudenobjekte, Amplituden als Null für Phasenobjekte usw. sein. Das heißt, wenn die Einschränkungen erfüllt sind, ist keine Änderung der Ausgabe erforderlich. Ansonsten wird die Ausgabe verändert. Die Eingabe für die nächste Iteration ist durch die Gleichung (2.85) dargestellt.

$$g_{n+1}(x, y) = g_n(x, y) + \beta \Delta g_n(x, y) = \begin{cases} g_n(x, y), & (x, y) \notin \gamma \\ g_n(x, y) - \beta g'_n(x, y), & (x, y) \in \gamma \end{cases} \quad (2.85)$$

Dabei ist β eine Konstante. Die Verwendung der Gleichung (2.85) wird als grundlegender Eingabe-Ausgabe-Algorithmus bezeichnet. Im Vergleich dazu gibt es noch den Ausgabe-Ausgabe-Algorithmus und den Hybrid-Eingabe-Ausgabe-Algorithmus, die jeweils durch die Gleichung (2.86) und (2.87) beschrieben sind.

$$g_{n+1}(x, y) = g'_n(x, y) + \beta \Delta g_n(x, y) = \begin{cases} g'_n(x, y), & (x, y) \notin \gamma \\ g'_n(x, y) - \beta g'_n(x, y), & (x, y) \in \gamma \end{cases} \quad (2.86)$$

$$g_{n+1}(x, y) = \begin{cases} g'_n(x, y), & (x, y) \notin \gamma \\ g_n(x, y) - \beta g'_n(x, y), & (x, y) \in \gamma \end{cases} \quad (2.87)$$

2.4.3 Gradientenverfahren

Das Gradientenverfahren wird in der Mathematik oft für die Minimierung einer differenzierbaren Funktion eingesetzt, kann aber auch in der Optik für die Phasenrückgewinnung verwendet werden. Wenn der negative Gradient als Abstiegsrichtung ausgewählt und verwendet wird, nennt man es auch das Verfahren des steilsten Abstiegs. In Bezug auf die Rekonstruktion von Phasen mit einem bekannten Intensitätsbild ähnelt es dem GS-Algorithmus.

Ziel ist es, die Phasen der Abbildung im Ortsraum anhand der Schätzung $g(x, y)$ zu rekonstruieren. Bekannt sind die Intensitäten im Ortsraum und Frequenzraum. Angenommen, sowohl der Ortsraum als auch der Frequenzraum sind N^2 -dimensional. Der quadratische Fehler B im Frequenzraum ist durch die Gleichung (2.83) definiert. Die partielle Ableitung des Fehlers B in Bezug auf $g(x, y)$ ist durch

$$\partial_g B = \frac{\partial B}{\partial g(x, y)} = 2[g(x, y) - g'(x, y)] \quad (2.88)$$

beschrieben [28]. Durch die Subtraktion zwischen der Schätzung und der inversen Fourier-Transformation des ersetzten Fourierspektrums lässt sich der Gradient veranschaulichen. Der Optimierungsschritt kann durch die Taylor-Entwicklung erster Ordnung vom Fehler B mittels

$$B \approx B_n + \sum_{x,y} \partial_g B_n [g(x, y) - g_n(x, y)] \quad (2.89)$$

beschrieben werden, wobei n die Iterationsnummer bezeichnet.

Die Schätzung $g_n(x, y)$ der n -ten Iteration wird in die negative Richtung des Gradienten zu einem neuen Punkt $g''_n(x, y)$ bewegt. Aus $g''_n(x, y)$ wird eine neue Schät-

zung $g_{n+1}(x, y)$ gebildet, indem die Einschränkungen im Ortsraum erfüllt werden. Falls $g(x, y) = g_n''(x, y)$ die Gleichung (2.90)

$$g_n''(x, y) - g_n(x, y) = -\frac{B_n \cdot \partial_g B_n}{\sum_{x,y} (\partial_g B_n)^2} \quad (2.90)$$

erfüllt, dann ist $B = 0$.

Laut dem Parseval's Theorem [36] gilt:

$$B_n = E_{F_n}^2 = N^{-2} \cdot \sum_{f_X, f_Y} |G_n(f_X, f_Y) - G_n'(f_X, f_Y)|^2 = \sum_{x,y} |g_n(x, y) - g_n'(x, y)|^2. \quad (2.91)$$

Gleichung (2.88) und Gleichung (2.91) stellen die folgende Beziehung dar:

$$\sum_{x,y} (\partial_g B_n)^2 = 4 \sum_{x,y} [g_n(x, y) - g_n'(x, y)]^2 = 4B_n. \quad (2.92)$$

Nach dem Einsatz von Gleichung (2.92) in Gleichung (2.90) ergibt sich:

$$g_n''(x, y) - g_n(x, y) = -\frac{1}{4} \partial_g B_n = \frac{1}{2} [g_n'(x, y) - g_n(x, y)]. \quad (2.93)$$

Wenn man eine verdoppelte Schrittlänge verwendet, dann ergibt sich:

$$g_n''(x, y) - g_n(x, y) = [g_n'(x, y) - g_n(x, y)], \quad (2.94)$$

bzw.

$$g_n''(x, y) = g_n'(x, y). \quad (2.95)$$

In diesem Fall ist das Gradientenverfahren identisch mit dem GS-Algorithmus. Es konvergiert in der Praxis langsam [37]. Um dies zu verhindern, kann ein anderes Gradientenverfahren verwendet werden, z.B. das konjugierte Gradientenverfahren, das der Gleichung (2.96) entspricht.

$$g_n''(x, y) = g_n(x, y) + h_n D_n(x, y) \quad (2.96)$$

h_n ist eine positive Konstante. Es gibt unterschiedliche Methoden für die Beschreibung von $D_n(x, y)$, z.B. $D_n(x, y) = g_n'(x, y) - g_{n-1}'(x, y)$.

3 Fourier-Ptychographie zur Auflösungserhöhung

In der Lichtmikroskopie wird das Objekt skaliert abgebildet und beobachtet. Für die Beurteilung des Lichtmikroskops ist das Raum-Bandbreite-Produkt (engl.: space-bandwidth product (SBP)) von grundlegender Bedeutung [38]. Das SBP bezeichnet das Produkt zwischen der Abbildungsgröße im Ortsraum und der Bandbreite im Frequenzraum [39]. Bei demselben Mikroskop mit konstantem Abbildungsmaßstab entspricht eine größere Abbildungsgröße einem größeren Gesichtsfeld zum Objekt. Eine größere Bandbreite im Frequenzraum bewirkt eine höhere Auflösung der Abbildung. Somit entspricht ein großes SBP einer großen, durch das Mikroskop übertragenen Informationsmenge [8]. Ein großes Gesichtsfeld und eine große Auflösung sind zwar wünschenswert, in der konventionellen Mikroskopie jedoch physikalisch nicht gleichzeitig erreichbar. Allerdings kann diese Grenze, sogar die Beugungsbegrenzung, heutzutage durch neue Superauflöstechniken überwunden werden.

Die STED-Mikroskopie (engl.: Stimulated emission depletion microscopy) erhöht die optische Auflösung über die Beugungsbegrenzung, indem sie den Radius der Punktbildfunktion verkleinert [40]. Die PALM (engl.: Photoactivated localization microscopy) [41, 42] und die STORM (engl.: Stochastic optical reconstruction microscopy) [43–45] erreichen dies durch genaue Lokalisierung einzelner fluoreszierender Emitter. Dabei befinden sich die gleichzeitig scheinenden Emitter in größerem Abstand zueinander als die Beugungsgrenze. Die SIM (engl.: Structured illumination microscopy) [46] und die Fourier-Ptychographie-Mikroskopie (FPM) [7–12] verbreitern anhand des Beleuchtungssystems rechnerisch den Frequenzraum, um Abbildungen mit erhöhter Auflösung zu rekonstruieren.

In diesem Kapitel nutzen wir das Prinzip der FPM, um die Auflösung rekonstruierter Intensitätsbilder der Amplitudenobjekte zu erhöhen. Wir fokussieren uns hauptsächlich auf die kohärente Fourier-Ptychographie (kFP), wobei ein LED-Array sequentiell eine einzelne räumlich kohärente Beleuchtung mit unterschiedlichem Winkel bietet [7]. Wir schlagen eine kugelförmige Anordnung der LED-Array-Beleuchtung vor und setzen sie im Experiment ein. Wir untersuchen auch den Einfluss der Fehlerquellen der kFP, insbesondere des Beleuchtungssystems auf die Qualität der rekonstruierten Intensitätsbilder, und diskutieren die Optimierungsmaßnahmen. Die inkohärente Fourier-Ptychographie (iFP) zur Auflösungserhöhung, wobei die LED-Array-Beleuchtung durch eine strukturierte Beleuchtung ersetzt ist, wird kurz diskutiert. Dieses Kapitel ist wie folgt gegliedert. Zuerst wird das Prinzip einer beugungsbegrenz-

ten kFP mittels eines $4f$ -Abbildungssystems untersucht und der kFP-Algorithmus [7] überprüft. Dann werden die Fehlerquellen einer fehlerbehafteten kFP diskutiert. Der EPRY-FPM-Algorithmus [47] wird für die Rekonstruktion eines hochaufgelösten Intensitätsbildes unter Berücksichtigung der Wellenaberrationen des $4f$ -Abbildungssystems eingesetzt und überprüft. Es wird diskutiert, wie sich die Aberrationen vom Beleuchtungssystem kompensieren lassen. Anschließend werden zwei Ergebnisse von Experimenten dargestellt, die jeweils mittels einer planaren und einer kugelförmigen Anordnung der Beleuchtung erzielt werden. Abschließend wird die Rekonstruktion eines beugungsbegrenzten iFP-Systems kurz erläutert, das eine strukturierte Beleuchtung verwendet.

3.1 Prinzip der beugungsbegrenzten kFP

Auf einem typischen kohärenten $4f$ -Abbildungssystem beruht die beugungsbegrenzte kFP. Die Aperturblende bzw. die Pupille in der bildseitigen Brennweite der ersten Fourierlinse begrenzt den Frequenzraum, der zu der Abbildung beiträgt. Die LED-Array-Beleuchtung für die kFP bietet ebene Wellen aus unterschiedlichen Winkeln. Die LEDs werden sequentiell einzeln ein- und ausgeschaltet, um einige niedrigaufgelöste Intensitätsbilder aufzunehmen. Jedes Intensitätsbild entspricht einem anderen unterschiedlichen Teilspektrum im Frequenzraum. Mittels eines kFP-Algorithmus [7] werden die Teilspektren zusammengesetzt und somit der Frequenzraum verbreitert. Die Verbreiterung des Frequenzraums entspricht einer vergrößerten synthetischen numerischen Apertur, die einer Erhöhung der Auflösung der optischen Abbildung folgt. In diesem Unterkapitel wird zunächst der Einfluss des Beleuchtungswinkels auf das Fourierspektrum des Objekts diskutiert und dann der kFP-Algorithmus.

3.1.1 $4f$ -Abbildungssystem

Abb. 3.1 stellt schematisch ein typisches beugungsbegrenztes $4f$ -Abbildungssystem dar. Es besteht aus einer Beleuchtung mit idealen ebenen Wellen $u_{Bel}(\xi, \eta) = 1 \cdot e^{j \cdot 0} = 1$, einem Objekt $u_{ob}(\xi, \eta)$, zwei Fourierlinsen, einer kreisförmigen Aperturblende $P(u, v)$ und einer Abbildungsebene bzw. Bildebene. Angenommen, dass das Objekt sowohl grobe als auch feine Strukturen besitzen kann und sich auf der objektseitigen Brennweite der ersten Fourierlinse (FL1) befindet. Dann kann das abzubildende Objekt durch das Hadamard-Produkt aus der Beleuchtung und dem Objekt beschrieben werden (siehe Gleichung (3.1)).

$$u_o(\xi, \eta) = u_{Bel}(\xi, \eta) \cdot u_{ob}(\xi, \eta) = 1 \cdot e^{j \cdot 0} \cdot u_{ob}(\xi, \eta) = u_{ob}(\xi, \eta) \quad (3.1)$$

Nach der ersten Fourierlinse befindet sich in der Fourierebene das Fourierspektrum von $u_o(\xi, \eta)$. Die Aperturblende $P(u, v)$ in der Fourierebene wirkt wie ein Tiefpassfilter und

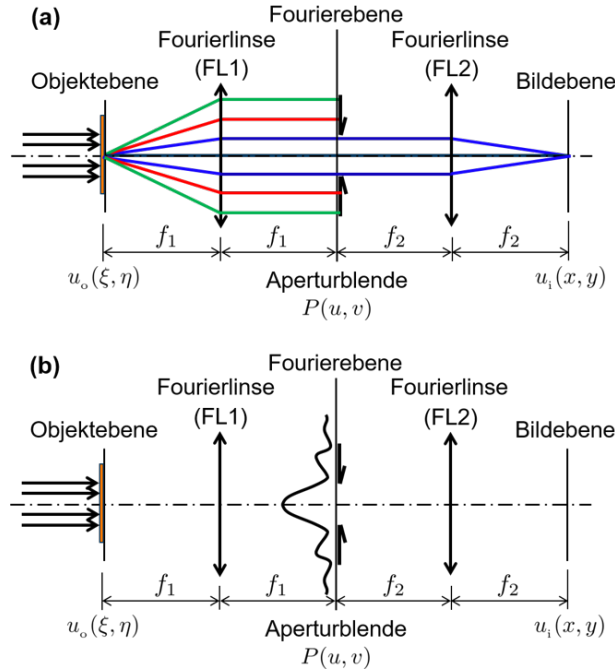


Abb. 3.1: Räumlich kohärentes $4f$ -Abbildungssystem unter dem horizontalen Beleuchtungswinkel: (a) Objekt mit Beugungsordnungen. (b) Objekt mit kontinuierlichen Winkelspektren.

lässt nur einen Teil des Fourierspektrums durch. Dieses Teilspektrum wird durch die zweite Fourierlinse (FL2) in der Bildebene Fourier-transformiert. So entsteht eine niedrigaufgelöste Abbildung mit den komplexen Amplituden $u_i(x, y)$. Das Quadrat ihres Betrags ist die Intensität, welche in der Praxis von einer Intensitätskamera aufgenommen werden kann. Im Rahmen der Wellenoptik lässt sich die Abbildung $u_i(x, y)$ durch die Faltung zwischen dem Objekts $u_o(x, y)$ und der Punktbildfunktion $h(x, y)$ bzw.

$$u_i(x, y) = u_o(x, y) * h(x, y) \quad (3.2)$$

beschreiben. $u_o(x, y)$ lässt sich im Rahmen der geometrischen Optik durch

$$u_o(x, y) = u_o(M\xi, M\eta) = u_o\left(-\frac{f_2}{f_1}\xi, -\frac{f_2}{f_1}\eta\right) \quad (3.3)$$

darstellen, wobei $M = -\frac{f_2}{f_1}$ den Abbildungsmaßstab bezeichnet. $h(x, y)$ lässt sich anhand Gleichung (2.27) durch die Fourier-Transformation der Aperturblende bzw.

$$h(x, y) = \mathcal{F}\{P(u, v)\} \quad (3.4)$$

beschreiben.

Die Abbildung $u_i(x, y)$ kann auch durch die Superposition ihrer Winkelspektren dargestellt werden, wobei das Winkelspektrum $U_i(f_X, f_Y)$ durch die Fourier-Transformation der Gleichung (3.2) wie folgt

$$U_i(f_X, f_Y) = U_o(f_X, f_Y) \cdot H(f_X, f_Y) = U_{ob}(f_X, f_Y) \cdot H(f_X, f_Y) \quad (3.5)$$

beschrieben werden kann. Die Übertragungsfunktion $H(f_X, f_Y)$ entspricht der Aperturblende $P(-u, -v)$, wobei $f_X = \frac{u}{\lambda f_2}$ und $f_Y = \frac{v}{\lambda f_2}$ (siehe Gleichungen (2.68), (2.69) und (2.70)).

Die Größe der Aperturblende bestimmt die maximale Frequenz bzw. die Grenzfrequenz f_0 der Übertragungsfunktion. Eine größere Aperturblende entspricht einer größeren Grenzfrequenz und einer schmaleren Punktbildfunktion und somit einer höheren Auflösung. Dabei ist aber zu beachten, dass die Aperturblende nicht zu groß sein darf, um eine Vignettierung zu vermeiden. Wir verwenden in unserer Arbeit eine kleine Aperturblende, die die Vignettierung vermeidet, um das Prinzip der kFP für die Verbreiterung einer synthetischen Apertur zu untersuchen.

In Abb. 3.1 (a) werden die Strahlen unterschiedlicher Beugungsordnungen eines auf der optischen Achse stehenden Punkts eines Gitters durch verschiedene Farben dargestellt. Die schwarzen, blauen, roten und grünen Strahlen entsprechen jeweils der 0-ten Ordnung, der ± 1 -sten Ordnung, der ± 2 -ten Ordnung und der ± 3 -ten Ordnung. Mit dem horizontalen Beleuchtungswinkel lässt die Aperturblende nur die Strahlen der 0-ten und der ± 1 -sten Beugungsordnungen durch.

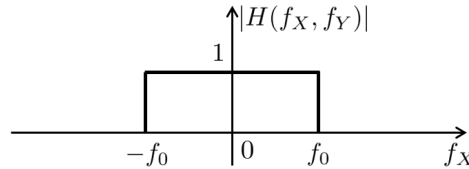


Abb. 3.2: Betrag der Übertragungsfunktion unter horizontaler Beleuchtung

Abb. 3.2 stellt den Betrag der Übertragungsfunktion der kohärenten Abbildung entlang der f_X -Achse dar. Die Information des Objekts mit Frequenzen kleiner als der Grenzfrequenz f_0 wird mit dem Kontrast 1 in die Abbildung übertragen, während eine Frequenz größer als f_0 nicht übertragen wird. Für die Übertragung der Information mit Frequenzen größer als f_0 ist eine Verschiebung der Übertragungsfunktion notwendig. Das Prinzip der kFP ermöglicht die Verschiebung der Übertragungsfunktion.

In der kFP werden auch räumlich kohärente Beleuchtungen mit anderen Winkeln verwendet. Abb. 3.3 stellt den Einsatz einer schrägen Beleuchtung mit dem Richtungsvektor $(\cos\alpha_\xi, \cos\beta_\eta, \cos\gamma_{z_0})$ in das $4f$ -Abbildungssystem dar. Die schräge Beleuchtung kann einfach durch das Produkt der ebenen Welle $u_{Bel}(\xi, \eta) = 1$ und eines Phasenkeils

$e^{j2\pi(\frac{\cos\alpha_\xi}{\lambda} \cdot \xi + \frac{\cos\beta_\eta}{\lambda} \cdot \eta)}$ beschrieben werden. Somit gilt die Gleichung (3.6) für das abzubild-

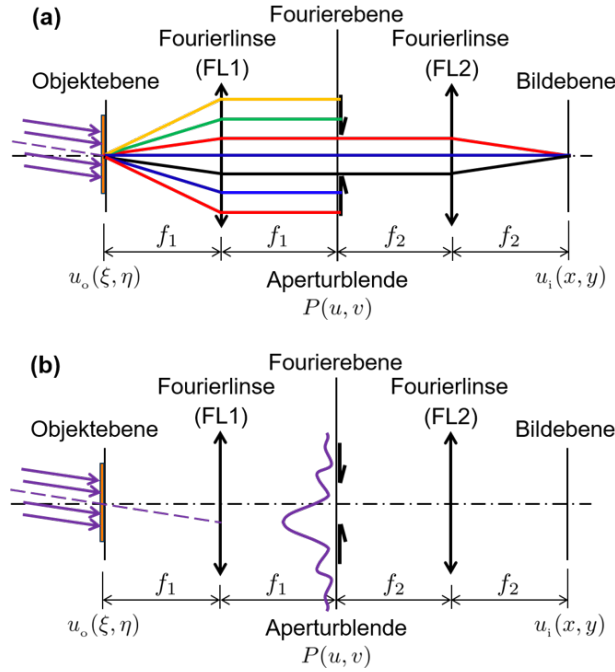


Abb. 3.3: Räumlich kohärentes $4f$ -Abbildungssystem unter einem schrägen Beleuchtungswinkel: (a) Objekt mit Beugungsordnungen. (b) Objekt mit kontinuierlichen Winkelspektren.

dende Objekt.

$$u_o(\xi, \eta) = u_{Bel}(\xi, \eta) \cdot e^{j2\pi(\frac{\cos\alpha\xi}{\lambda}\cdot\xi + \frac{\cos\beta\eta}{\lambda}\cdot\eta)} \cdot u_{ob}(\xi, \eta) = u_{ob}(\xi, \eta) \cdot e^{j2\pi(\frac{\cos\alpha\xi}{\lambda}\cdot\xi + \frac{\cos\beta\eta}{\lambda}\cdot\eta)} \quad (3.6)$$

Der Phasenkeil $e^{j2\pi(\frac{\cos\alpha\xi}{\lambda}\cdot\xi + \frac{\cos\beta\eta}{\lambda}\cdot\eta)}$ der Beleuchtung führt im Rahmen der geometrischen Optik zu einem Phasenkeil $e^{j2\pi(\varphi_\xi \cdot x + \varphi_\eta \cdot y)}$ mit dem Richtungsvektor $(\cos\alpha_x, \cos\beta_y, \cos\gamma_z)$ in der Bildebene. Der Phasenkeil $e^{j2\pi(\varphi_\xi \cdot x + \varphi_\eta \cdot y)}$ lässt sich wie folgt berechnen:

$$e^{j2\pi(\varphi_\xi \cdot x + \varphi_\eta \cdot y)} = e^{j2\pi(\frac{\cos\alpha_x}{\lambda} \cdot x + \frac{\cos\beta_y}{\lambda} \cdot y)}. \quad (3.7)$$

Dann lässt sich das Winkelspektrum der Abbildung $u_i(x, y)$ durch Gleichungen (3.8) und (3.9) beschreiben.

$$\mathcal{F}\{u_i(x, y)\} = \mathcal{F}\{u_{ob}(x, y) \cdot e^{j2\pi(\varphi_\xi \cdot x + \varphi_\eta \cdot y)}\} \cdot \mathcal{F}\{h(x, y)\} \quad (3.8)$$

$$U_i(f_X, f_Y) = U_{ob}(f_X - \varphi_\xi, f_Y - \varphi_\eta) \cdot H(f_X, f_Y) \quad (3.9)$$

Gleichung (3.9) stellt eine laterale Verschiebung des Fourierspektrums des Objekts um $(\varphi_\xi, \varphi_\eta)$ im Frequenzraum dar. D.h. eine schräge Beleuchtung mit einem Phasenkeil im Ortsraum führt zu einer lateralen Verschiebung des Fourierspektrums des Objekts

in der Fourierebene. Dadurch geht ein neues Teilspektrum durch die Aperturblende hindurch und trägt zu einer neuen Abbildung bei. In Abb. 3.3 (a) lässt die Aperturblende die Strahlen der 0-ten, +1-sten und +2-ten Beugungsordnungen für eine neue Abbildung durch. In Abb. 3.3 (b) verläuft auch ein anderes Teilspektrum hindurch.

Nun werden wir Gleichung (3.9) neu formulieren (siehe Gleichung (3.10)), um die Verbreiterung der Übertragungsfunktion zu verstehen.

$$U_i(f_X + \varphi_\xi, f_Y + \varphi_\eta) = U_{ob}(f_X, f_Y) \cdot H(f_X + \varphi_\xi, f_Y + \varphi_\eta). \quad (3.10)$$

Gleichung (3.10) zeigt eine laterale Verschiebung der Übertragungsfunktion $H(f_X, f_Y)$ um $(\varphi_\xi, \varphi_\eta)$, während das Fourierpektrums des Objekts $U_{ob}(f_X, f_Y)$ stehen bleibt. Abb. 3.4 stellt die Verschiebungen von $H(f_X, f_Y)$ jeweils um $(\varphi_\xi, 0)$ und $(-\varphi_\xi, 0)$ dar. Falls alle einzelnen Übertragungsfunktionen gestitcht werden können, wird eine verbreiterte Übertragungsfunktion erreicht.

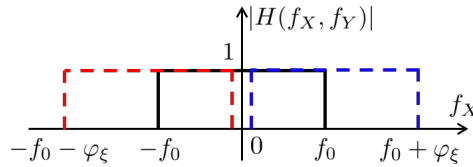


Abb. 3.4: Einfluss des Beleuchtungswinkels auf $|H(f_X, f_Y)|$

In der Praxis können niedrigaufgelöste Intensitätsbilder in Abhängigkeit vom Beleuchtungswinkel aufgenommen werden. Die fehlenden Phaseninformationen der Abbildungen sind allerdings nötig, um sowohl das einzelne Teilspektrum als auch ein hochaufgelöstes Bild zu rekonstruieren. Dazu können eine digitale Holografie [48] oder der kohärente Fourier-Ptychographie-Algorithmus (kFP-Algorithmus) [7] verwendet werden. Digitale Holografie ist eine Methode zur Rekonstruktion der komplexen Amplituden einer einzelnen niedrigaufgelösten Abbildung. Durch die anschließende Fourier-Transformation werden auch die komplexen Amplituden jedes Teilspektrums rekonstruiert. Dann wird nach dem Stitching der nebeneinanderstehenden Teilspektren und der Fourier-Transformation ein hochaufgelöstes Bild erzielt. Mittels der digitalen Holografie ist eine Überlappung der Teilspektren nicht nötig. Der Versuchsaufbau wird jedoch relativ komplex. Wir verwenden das einfache $4f$ -Abbildungssystem und den kFP-Algorithmus [7], um ein hochaufgelöstes Intensitätsbild zu rekonstruieren.

3.1.2 kFP-Algorithmus

Die kFP verwendet ein Beleuchtungssystem mit ebenen Wellen aus unterschiedlichen Beleuchtungswinkeln auf dem Objekt [7–9]. Jede ebene Welle ruft eine laterale Verschiebung des Fourierpektrums im Fourierraum hervor, somit geht bei jeder Beleuchtung ein unterschiedliches Teilspektrum durch die Aperturblende hindurch. Jedes Teil-

spektrum entspricht einem Beleuchtungswinkel und einem aufgenommenen niedrigauflösten Intensitätsbild. Unter M unterschiedlichen Beleuchtungswinkeln werden M niedrigauflöste Intensitätsbilder aufgenommen.

Der kFP-Algorithmus [7] beruht auf dem Phasenrückgewinnungsalgorithmus von Fienup [28–32, 49, 50]. Ziel ist es, eine hochauflöste Abbildung durch die M aufgenommenen niedrigauflösten Intensitätsbilder zu rekonstruieren. Dabei werden die Abbildung und das Fourierspektrum iterativ ausgetauscht, bis eine Konvergenz des Fourierspektrums erreicht wird. Für die Konvergenz ist der Überlappungsbereich notwendig, in dem die nebeneinanderstehenden Teilspektren gleich sind [7, 51, 52]. Der Überlappungsbereich hängt von dem Beleuchtungswinkelintervall und der Brennweite der ersten Fourierlinse sowie der Größe der Aperturblende ab. Für die Erläuterung und die simulative Überprüfung des kFP-Algorithmus [7] nehmen wir eine kreisförmige Aperturblende im Fourierraum an.

Eine Beleuchtungsanordnung mit dem Phasenkeil $e^{j2\pi(\frac{\cos\alpha_\xi}{\lambda}\cdot\xi + \frac{\cos\beta_\eta}{\lambda}\cdot\eta)}$ beleuchtet ein dünnes Objekt $s(\xi, \eta)$. Die komplexen Amplituden der Abbildung im Frequenzraum können anhand der Gleichungen (3.9) und (2.68) durch

$$\Phi(f_X, f_Y; \varphi) = S(f_X - \varphi_\xi, f_Y - \varphi_\eta) \cdot H(f_X, f_Y) = S(f_X - \varphi_\xi, f_Y - \varphi_\eta) \cdot P(u, v) \quad (3.11)$$

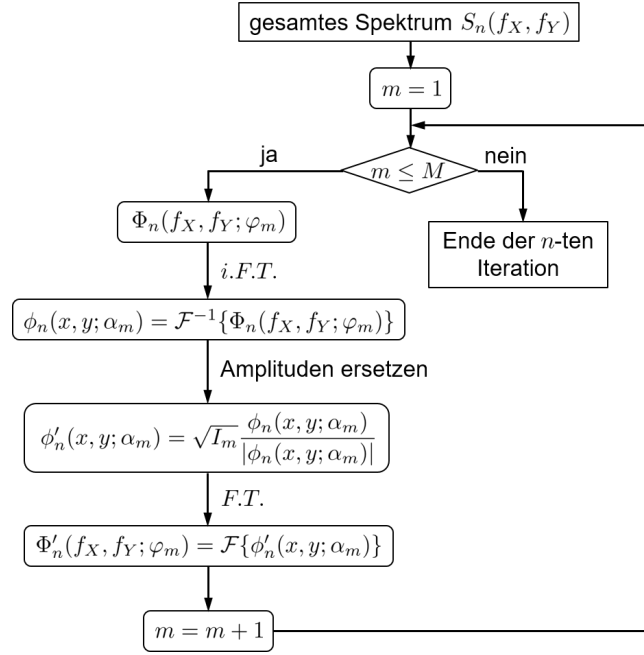
beschrieben werden, wobei $S(f_X, f_Y)$ das gesamte Fourierspektrum des Objekts und $P(u, v)$ die Aperturblende bzw. auch die Pupillenfunktion des $4f$ -Abbildungssystems sind. Die Werte innerhalb der Aperturblende werden als Eins, außerhalb als Null eingesetzt. Die Phasen werden über alle Pixel durch eine Konstante beschrieben. $S(f_X - \varphi_\xi, f_Y - \varphi_\eta)$ stellt das in der Fourierebene um $\varphi = (\varphi_\xi, \varphi_\eta)$ lateral verschobene Fourierspektrum dar. $\Phi(f_X, f_Y; \varphi)$ bezeichnet das Teilspektrum, das durch die Aperturblende hindurchgeht.

Als Ausgangspunkt des kFP-Algorithmus wird die hochauflöste Abbildung $\sqrt{I_h}e^{j\phi_h}$ im Ortsraum angenommen. Eine gute Auswahl der Schätzung ist ein beliebig aufgenommenes niedrigauflöstes Intensitätsbild mit einem Zero-Padding [7]. Die Schätzung kann aber beliebig sein, z.B. ein Intensitätsbild mit der Konstante 1. Die inverse Fourier-Transformation von $\sqrt{I_h}e^{j\phi_h}$ dient zur Vorbereitung der ersten Iteration des Stitching-Prozesses des gesamten Fourierspektrums im Frequenzraum. Abb. (3.5) stellt die n -te Iteration ($n = 1, 2, 3, \dots$) dar.

In dem Stitching-Prozess werden die Informationen zwischen dem Fourierspektrum und den aufgenommenen niedrigauflösten Intensitätsbildern getauscht. Nach der inversen Fourier-Transformation des Teilspektrums $\Phi_n(f_X, f_Y; \varphi_m)$ bekommen wir eine niedrigauflöste Abbildung

$$\phi_n(x, y; \alpha_m) = \sqrt{I_l}e^{j\phi_l} = \mathcal{F}^{-1}\{\Phi_n(f_X, f_Y; \varphi_m)\}. \quad (3.12)$$

Dabei entspricht α_m dem Phasenkeil der Beleuchtung. Danach ersetzen wir den Betrag

Abb. 3.5: Schematische Darstellung der n -ten Iteration des kFP-Algorithmus

$\sqrt{I_l}$ durch die Quadratwurzel der entsprechenden aufgenommenen niedrigaufgelösten Intensität $\sqrt{I_m}$, um die niedrigaufgelöste Abbildung $\sqrt{I_l}e^{j\phi_l}$ zu aktualisieren.

$$\phi'_n(x, y; \alpha_m) = \sqrt{I_m} \frac{\phi_n(x, y; \alpha_m)}{|\phi_n(x, y; \alpha_m)|} \quad (3.13)$$

Anschließend wird eine Fourier-Transformation für $\sqrt{I_m}e^{j\phi_l}$ bzw. $\phi'_n(x, y; \alpha_m)$ durchgeführt.

$$\Phi'_n(f_X, f_Y; \varphi_m) = \mathcal{F}\{\phi'_n(x, y; \alpha_m)\} \quad (3.14)$$

Dieses neue Teilspektrum $\Phi'_n(f_X, f_Y; \varphi_m)$ aktualisiert das alte Teilspektrum in der entsprechenden Position im Frequenzraum für die nächste Iteration. Weiterhin wiederholen wir die Schritte von Gleichung (3.12) bis (3.14) für die anderen Beleuchtungswinkel. Die Aktualisierung des Fourierpektrums wird für alle M Intensitätsbilder fortgesetzt. Zu diesem Zeitpunkt ergibt sich ein neues gesamtes Fourierpektrum $S'_n(f_X, f_Y)$ nach der n -ten Iteration und es wird in die $(n + 1)$ -te Iteration als das anfängliche Fourierpektrum $S_{n+1}(f_X, f_Y)$ eingesetzt.

Dann folgen sequentiell die weiteren Iterationen, wobei jeweils die Schritte von Gleichung (3.12) bis (3.14) wiederholt werden, bis eine Konvergenz erreicht wird. Am Ende des kFP-Algorithmus wird eine inverse Fourier-Transformation des konvergierten Fourierpektrums $S_n(f_X, f_Y)$ durchgeführt. Somit bekommt man eine hochaufgelöste Abbildung $\sqrt{I_h}e^{j\phi_h} = s_n(x, y)$.

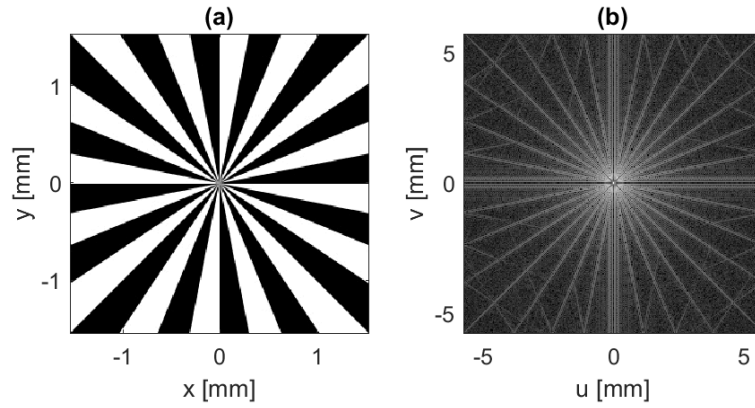


Abb. 3.6: Siemensstern als Objekt: (a) Intensitäten des Siemenssterns. (b) Logarithmische Darstellung des Betrags des gesamten Fourierpektrums des Siemenssterns

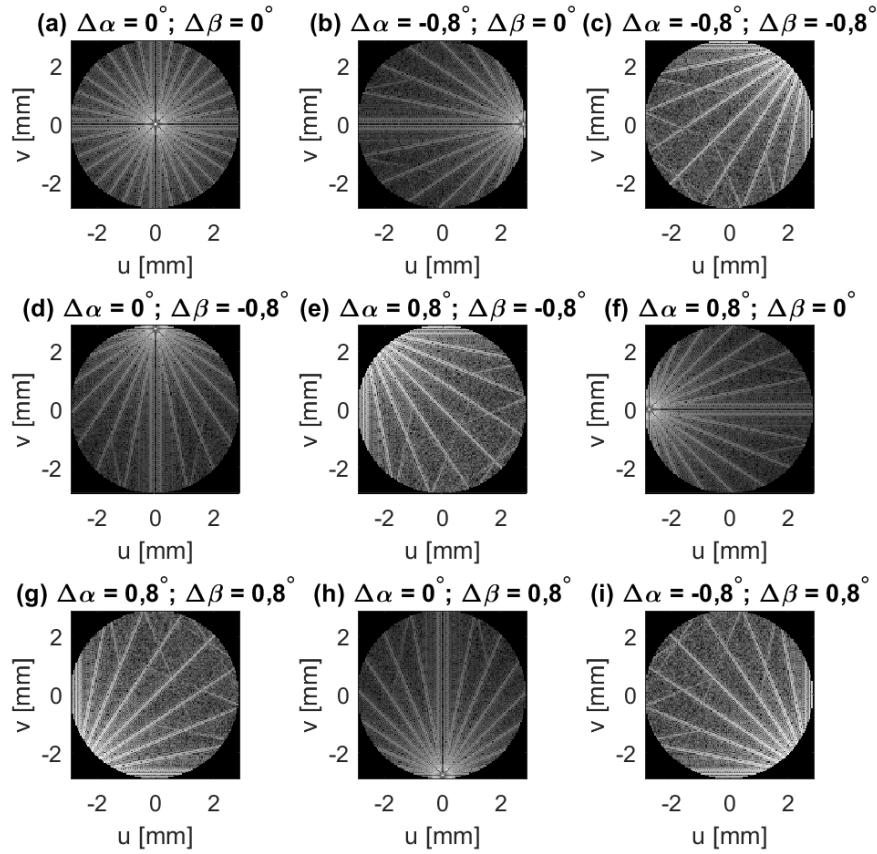


Abb. 3.7: Logarithmische Darstellung des Betrags des Teilspektrums unter verschiedenen Beleuchtungswinkeln: $\Delta\alpha$ und $\Delta\beta$ in (a) bis (i) bezeichnen die unterschiedlichen Beleuchtungswinkel.

Um den kFP-Algorithmus simulativ zu überprüfen und ein hochaufgelöstes Intensitätsbild zu rekonstruieren, wird nun ein Siemensstern (siehe Abb. 3.6 (a)) als das Objekt

in ein beugungsbegrenztes $4f$ -Abbildungssystem eingesetzt. Der Siemensstern ist ein Testmuster mit Ortsfrequenzen zur Ermittlung der Auflösung für ein optisches System. Er weist eine kreisförmige Anordnung von Dreiecken auf. Mit der Verkleinerung des Durchmessers erhöht sich die Frequenzen der Strukturen. Abb. 3.6 (b) stellt die logarithmische Darstellung des Betrags des Fourierpektrums des Siemenssterns dar. Die Frequenzen des Fourierpektrums werden von der Mitte der Koordinaten nach außen immer größer. Die Aperturblende ist kleiner als der Bereich des ganzen Fourierpektrums und lässt deshalb nur einen Teil des Fourierpektrums durch. In der Simulation wird eine kreisförmige Aperturblende mit dem Durchmesser $5,8\text{mm}$ benutzt und ein quadratisches Feld von $x = y = 3,08\text{mm}$ abgebildet. Die Wellenlänge des monochromatischen Lichts ist 630nm . 9 Beleuchtungswinkel werden verwendet. Das Beleuchtungswinkelintervall beträgt $0,8^\circ$. Die Brennweite beider Fourierlinsen beträgt 200mm (siehe Abb. 3.3).

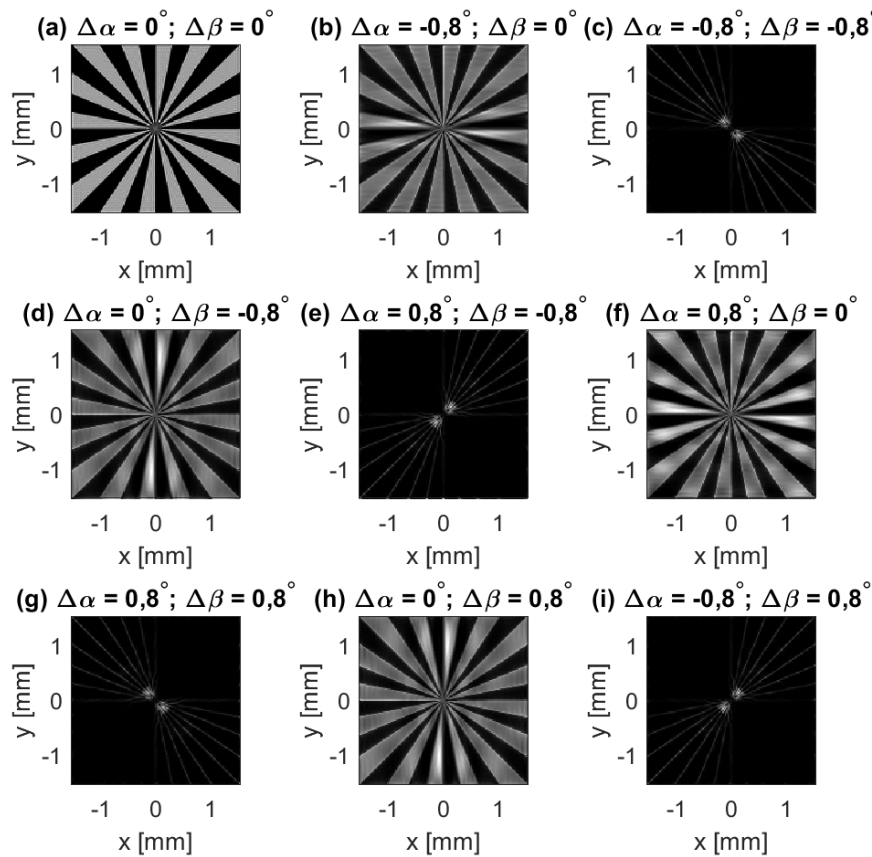


Abb. 3.8: Niedrigaufgelöste Intensitätsbilder unter verschiedenen Beleuchtungswinkeln: $\Delta\alpha$ und $\Delta\beta$ in (a) bis (i) bezeichnen die unterschiedlichen Beleuchtungswinkel.

Entsprechend dem Beleuchtungswinkel gehen 9 Teilspektren durch die Aperturblende hindurch und tragen zu 9 niedrigaufgelösten Intensitätsbildern bei. Abb. 3.7 und Abb. 3.8 stellen jeweils den Betrag jedes Teilspektrums und die entsprechenden Intensitätsbilder dar. $\Delta\alpha$ bezeichnet die Subtraktion zwischen dem Beleuchtungswinkel α_ξ

und 90° , während $\Delta\beta$ die Subtraktion zwischen dem Beleuchtungswinkel β_η und 90° bezeichnet. In Abb. 3.7 sieht man laterale Verschiebungen des Spektrums, die durch die Variation des Beleuchtungswinkels hervorgerufen werden, während die Aperturblende stehen bleibt. Die Größen der 9 Intensitätsbilder in Abb. 3.8, die durch den Abbildungsmaßstab des $4f$ -Systems bestimmt werden, sind gleich. Aufgrund verschiedener Phasenkeile der Beleuchtungswinkel sind aber ihre Details und Helligkeit unterschiedlich. Wenn die Mitte des gesamten Fourierpektrums nicht durch die Aperturblende hindurchgeht, verlieren die Intensitätsbilder stark an Helligkeit (siehe (c), (e), (g) und (i)).

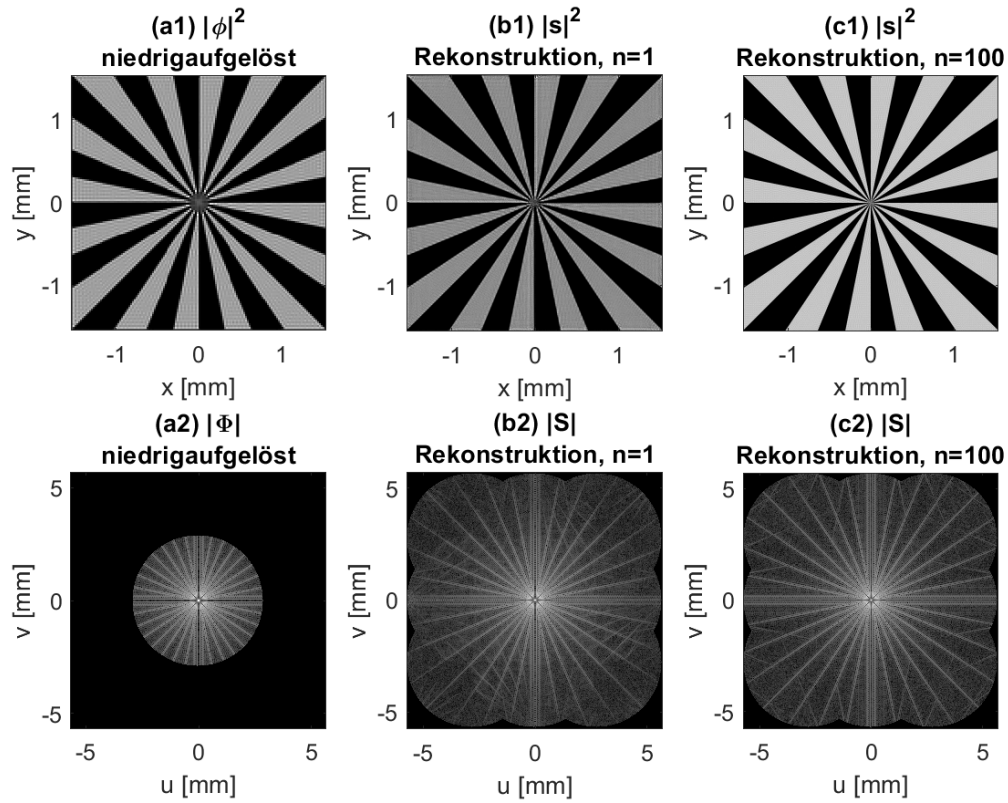


Abb. 3.9: Rekonstruktion hochauflöster Intensitätsbilder mittels des kFP-Algorithmus: Ein Intensitätsbild (a1) einer niedrigauflösten Abbildung und der Betrag des entsprechenden Fourierpektrums (a2). (b1)-(c2) Intensitätsbilder der rekonstruierten hochauflösten Abbildungen und Beträge der entsprechenden Fourierpektren.

Mittels des kFP-Algorithmus wird eine Rekonstruktion durchgeführt. Abb. 3.9 stellt die Intensitäten von drei Abbildungen und die Beträge von drei Fourierpektren dar. Das unter dem horizontalen Beleuchtungswinkel aufgenommene Intensitätsbild (a1) besitzt aufgrund des begrenzten Fourierpektrums in (a2) eine niedrige Auflösung. Hierbei sind (b1) und (c1) die rekonstruierten Intensitätsbilder jeweils nach einer und nach 100 Iterationen des kFP-Algorithmus. (b2) und (c2) sind die Beträge der entsprechenden Fourierpektren. Die rekonstruierten Intensitätsbilder weisen im Vergleich zu (a1) eine erhöhte Auflösung auf. Ähnlich wie die Gleichung (2.83) definieren wir den

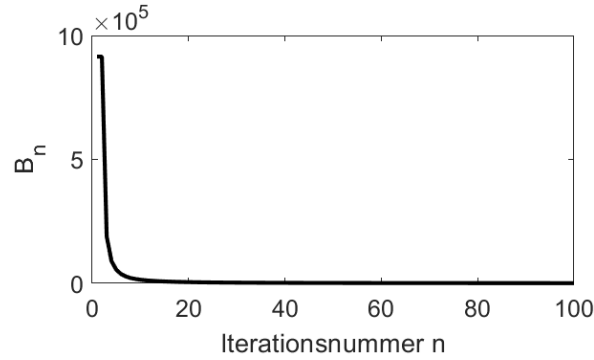


Abb. 3.10: Mittlerer quadratischer Fehler mittels des kFP-Algorithmus

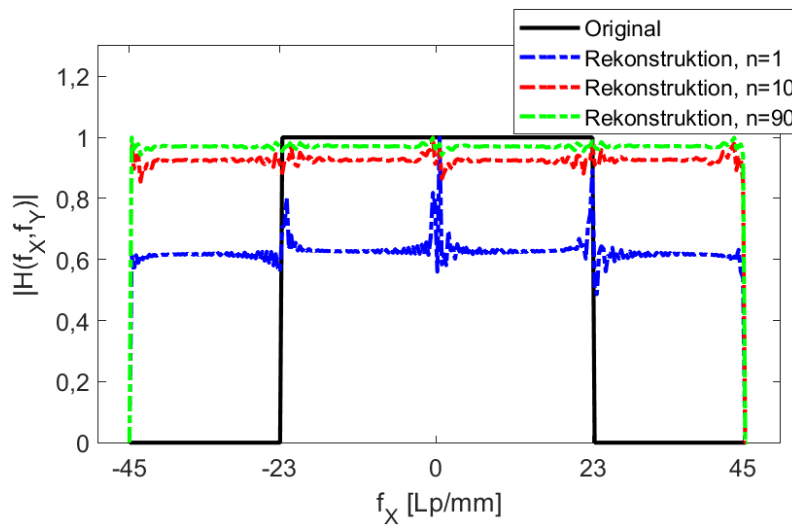


Abb. 3.11: Rekonstruktion der CTF mittels des kFP-Algorithmus

mittleren quadratischen Fehler aufgrund bekannter gemessener Intensitätsbilder durch das Quadrat der Differenz der berechneten und gemessenen Abbildung wie folgt:

$$B_n = \sum_{m=1}^M [|\phi_n(x, y; \alpha_m) - \phi'_n(x, y; \alpha_m)|]^2. \quad (3.15)$$

Der mittlere quadratische Fehler B_n in Abhängigkeit der Iterationsnummer ist in Abb. 3.10 dargestellt. In den ersten 20 Iterationen kann die erwünschte Rekonstruktion erzielt werden.

Abb. 3.11 stellt dar, wie sich die Übertragungsfunktion $H(f_x, f_y)$ mit der Änderung des Beleuchtungswinkels α_ξ und der Iterationsnummer n verändert, wobei der Siemensstern durch eine Kante als Objekt ersetzt ist. Unter dem horizontalen Beleuchtungswinkel bekommen wir eine Übertragungsfunktion mit der Grenzfrequenz $f_0 = 23 \text{ Lp/mm}$. Mit der Änderung des Beleuchtungswinkels α_ξ verschiebt sich die Übertragungsfunkti-

on entlang der f_X -Achse. Schon nach einer Iteration des kFP-Algorithmus verbreitert sich die Übertragungsfunktion mit einer Grenzfrequenz von $45Lp/mm$. Mit Zunahme der Iterationsnummer wird die Modulation der verbreiterten Übertragungsfunktion immer glatter und nähert sich dem Wert 1. Eine verbreiterte Übertragungsfunktion entspricht einer vergrößerten synthetischen numerischen Apertur, die wiederum einer erhöhten optischen Auflösung entspricht.

Für die Überprüfung wurde angenommen, dass das Abbildungssystem beugungsbeschränkt ist und keine Wellenaberrationen hat. Die Beleuchtungen haben ideale ebene Wellen und gleiche Intensitäten. In dieser Situation funktioniert der kFP-Algorithmus ideal. Allerdings ist ein optisches Abbildungssystem in der Praxis fehlerbehaftet.

3.2 Fehlerbehaftetes Abbildungssystem

In einem realen optischen System gibt es Fehlerquellen, die die Qualität der Intensitätsbilder beeinträchtigen [53], z.B. die Aberrationen aus dem $4f$ -Abbildungssystem und das Bildrauschen aus der Kamera. Außerdem zählen die Aberrationen aus dem Beleuchtungssystem dazu, die in der typischen Fourieroptik normalerweise nicht berücksichtigt werden müssen. Während der Anwendung des kFP-Algorithmus verfälscht auch die Fehlausrichtung der Teilspektren die rekonstruierten Bilder. Ein hochaufgelöstes Intensitätsbild kann zwar mittels des kFP-Algorithmus rekonstruiert werden, seine Qualität kann aber durch die Fehlerquellen beeinträchtigt werden. Um die Beeinträchtigung zu minimieren, hat man optimierte Algorithmen untersucht.

Anhand der traditionellen Phasenrückgewinnungsalgorithmen [28, 29, 54, 55] werden optimierte Algorithmen [52, 56–59] insbesondere für die Trennung der Wellenaberrationen [47, 60–62] vorgeschlagen. Es gibt Untersuchungen darüber, wie sich der Einfluss des Bildrauschens und der Fehlausrichtung verkleinern lässt [63, 64]. Optimierungsmaßnahmen zur Verkleinerung des Einflusses der Aberrationen des Beleuchtungssystems gibt es noch nicht. In diesem Unterkapitel wird zuerst der EPRY-FPM-Algorithmus [47] überprüft, um unter Berücksichtigung der Wellenaberrationen des $4f$ -Systems eine bessere Rekonstruktion hochaufgelöster Intensitätsbilder als der kFP-Algorithmus zu erhalten. Dann wird diskutiert, welche Möglichkeiten es gibt, um die Aberrationen des Beleuchtungssystems zu separieren.

3.2.1 Wellenaberration des $4f$ -Abbildungssystems

Die Wellenaberrationen des $4f$ -Abbildungssystems können durch eine fehlerbehaftete Aperturblende mittels der Zernike-Polynome beschrieben werden. Hier werden jeweils der kFP-Algorithmus und der EPRY-FPM-Algorithmus [47] verwendet, um hochaufgelöste Intensitätsbilder zu rekonstruieren. Der Unterschied der beiden Algorithmen liegt in dem Stitching-Prozess jeder Iteration. Ziel des EPRY-FPM-Algorithmus ist

es, sowohl das Fourierspektrum $S(f_X, f_Y)$ als auch die fehlerbehaftete Aperturbblende $P(u, v)$ zu rekonstruieren. Angenommen wird, dass das gesamte Spektrum in der Fourierebene $S(f_X, f_Y)$ aus vielen Teilspektren $S(f_X, f_Y; \varphi_m)$ ($m = 1, 2, \dots, M$) besteht. Die aufgenommenen niedrigaufgelösten Intensitätsbilder haben die Intensitäten I_m ($m = 1, 2, \dots, M$).

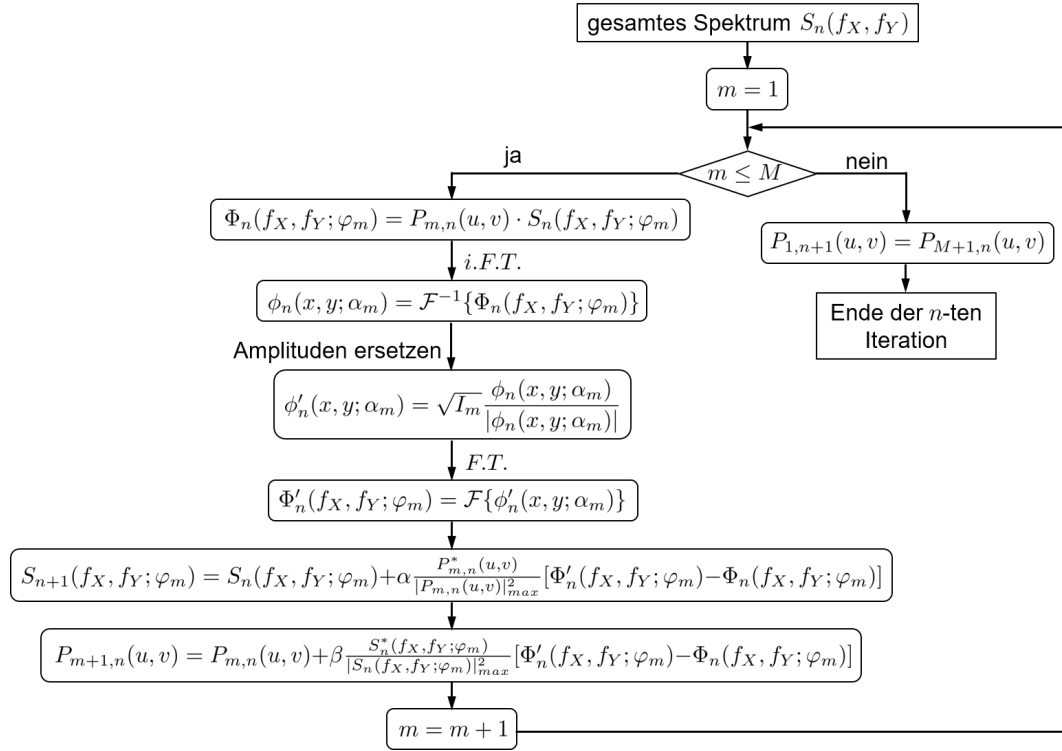


Abb. 3.12: Schematische Darstellung der n -ten Iteration des EPRY-FPM-Algorithmus

Abb. 3.12 stellt die n -te Iteration ($n = 1, 2, 3, \dots$) des EPRY-FPM-Algorithmus dar. Als Ausgangspunkt bzw. bei der ersten Iteration des EPRY-FPM-Algorithmus werden für die hochaufgelöste Abbildung und die Aperturbblende Schätzwerte angenommen. Die Fourier-Transformation der Schätzung der hochaufgelösten Abbildung ist das gesamte Fourierspektrum des Objekts bzw. $S_n(f_X, f_Y)$, wobei $n = 1$. Ab der zweiten Iteration wird $S_n(f_X, f_Y)$ von der vorlaufenden Iteration vorbereitet. Das Teilspektrum mit der fehlerbehafteten Aperturbblende kann durch

$$\Phi_n(f_X, f_Y; \varphi_m) = P_{m,n}(u, v) \cdot S_n(f_X, f_Y; \varphi_m) \quad (3.16)$$

beschrieben werden. Die inverse Fourier-Transformation von $\Phi_n(f_X, f_Y; \varphi_m)$ bzw.

$$\phi_n(x, y; \alpha_m) = \mathcal{F}^{-1}\{\Phi_n(f_X, f_Y; \varphi_m)\} \quad (3.17)$$

bezeichnet die simulierte Abbildung in der Bildebene, wobei α_m dem Phasenkeil der Beleuchtung entspricht. Dann wird der Betrag der simulierten Abbildung durch die Quadratwurzel der gemessenen Intensitäten I_m , die mit dem Beleuchtungswellenvektor

x_m erfasst werden, ersetzt, d.h.

$$\phi'_n(x, y; \alpha_m) = \sqrt{I_m} \frac{\phi_n(x, y; \alpha_m)}{|\phi_n(x, y; \alpha_m)|}. \quad (3.18)$$

Als Nächstes wird das alte Teilspektrum $\Phi_n(f_X, f_Y; \varphi_m)$ mit der Aperturblende durch die Fourier-Transformation von $\phi'_n(x, y; \alpha_m)$ aktualisiert:

$$\Phi'_n(f_X, f_Y; \varphi_m) = \mathcal{F}\{\phi'_n(x, y; \alpha_m)\}. \quad (3.19)$$

Das Teilspektrum und anschließend die fehlerbehaftete Aperturblende lassen sich durch die Gleichungen (3.20) und (3.21) aktualisieren.

$$S_{n+1}(f_X, f_Y; \varphi_m) = S_n(f_X, f_Y; \varphi_m) + \alpha \frac{P_{m,n}^*(u, v)}{|P_{m,n}(u, v)|_{max}^2} [\Phi'_n(f_X, f_Y; \varphi_m) - \Phi_n(f_X, f_Y; \varphi_m)] \quad (3.20)$$

$$P_{m+1,n}(u, v) = P_{m,n}(u, v) + \beta \frac{S_n^*(f_X, f_Y; \varphi_m)}{|S_n(f_X, f_Y; \varphi_m)|_{max}^2} [\Phi'_n(f_X, f_Y; \varphi_m) - \Phi_n(f_X, f_Y; \varphi_m)] \quad (3.21)$$

Die Konstanten α und β entsprechen jeweils der Schrittweite der Aktualisierung des Teilspektrums und der Aperturblende. Bei der Aktualisierung der Aperturblende ist darauf zu achten, dass der Bereich außerhalb der Blende immer auf null gesetzt wird. Der obengenannte Vorgang wird fortgesetzt, bis alle M aufgenommenen Intensitätsbilder verwendet wurden. Nach dieser n -ten Iteration bekommt man sowohl aktualisierte Teilspektren als auch eine aktualisierte fehlerbehaftete Aperturblende. Anschließend wird der gesamte iterative Prozess für weitere Iterationen wiederholt, bis eine Konvergenz erreicht ist. Schließlich erhält man ein hochaufgelöstes Intensitätsbild nach der inversen Fourier-Transformation des gesamten Fourierspektrums.

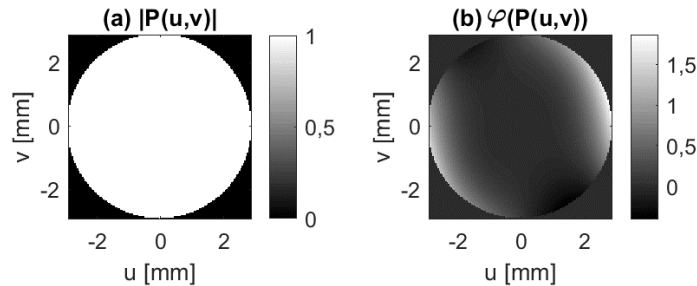


Abb. 3.13: Einsatz der Wellenaberrationen im $4f$ -Abbildungssystem in der Aperturblende $P(u, v)$: (a) Betrag. (b) Phasen.

Um den EPRY-FPM-Algorithmus simulativ zu überprüfen, werden Wellenaberratio-

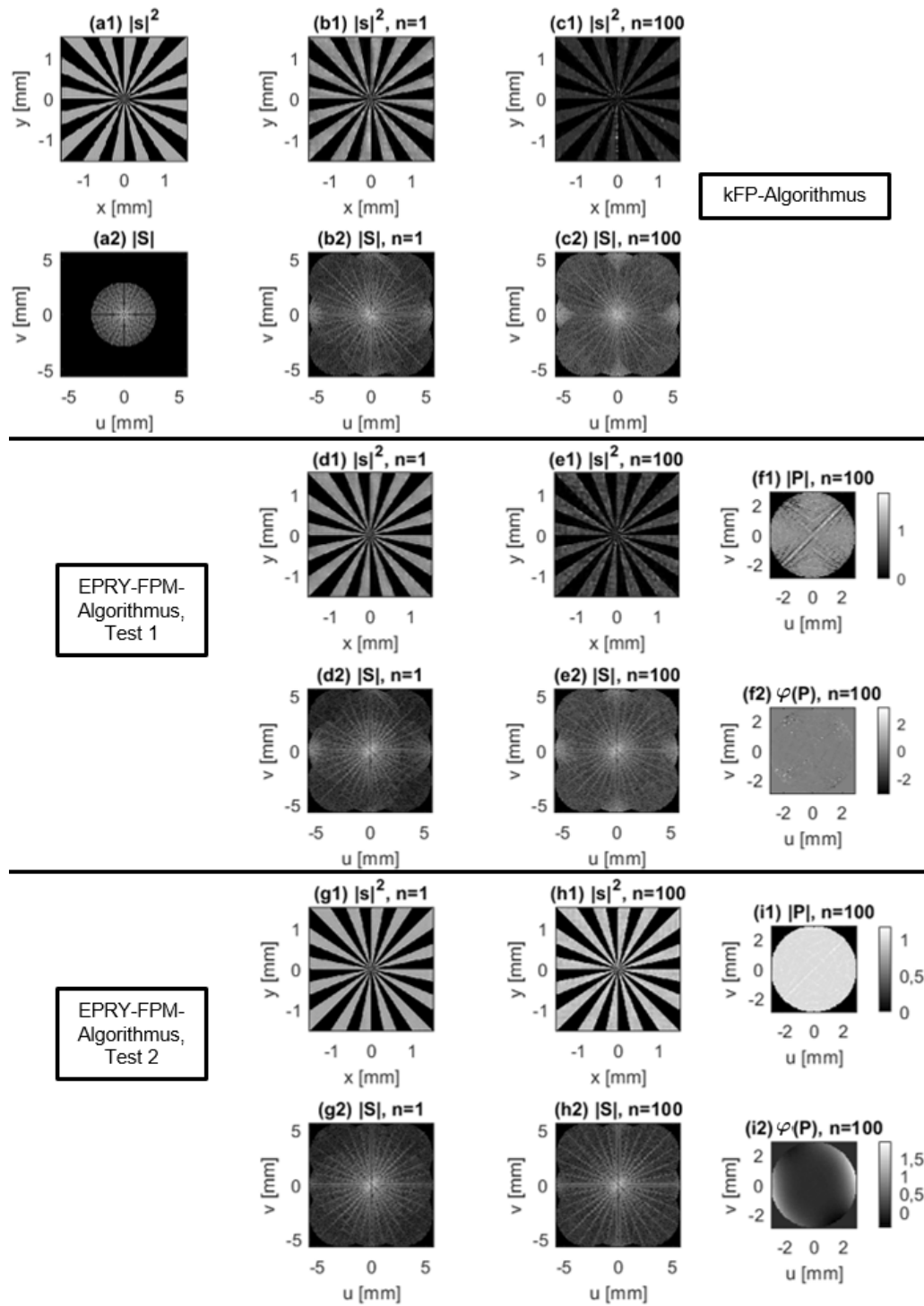


Abb. 3.14: Vergleich der Rekonstruktion mittels des kFP-Algorithmus und des EPRY-FPM-Algorithmus: (a1) und (a2) Ein aufgenommenes Intensitätsbild und der Betrag des entsprechenden Fourierpektrums. (b1) bis (i2) Rekonstruktionen jeweils mittels des kFP-Algorithmus und des EPRY-FPM-Algorithmus.

nen durch Zernike-Polynome mit den Ordnungen von 1 bis 14 für die aberrationsbehafteten Phasen der Aperturblende eingesetzt. Jede Phasenaberration wird auf $-\pi$ bis π skaliert. Die Summe aller Phasenaberrationen ist die gesamte Wellenaberration (siehe Abb. 3.13). Die anderen Simulationsparameter sind mit denjenigen in Unterkapitel 3.1.2 identisch. Für die Rekonstruktion mittels des kFP-Algorithmus wird eine ideale kreisförmige Aperturblende angenommen. Ihre Phase ist konstant. Innerhalb der Blende betragen alle Werte eins, außerhalb der Blende null. Für den EPRY-FPM-Algorithmus werden zwei Tests durchgeführt. Für Test 1 wird die ideale kreisförmige Aperturblende und für Test 2 die bekannte aberrationsbehaftete Aperturblende als Anfangsschätzung der Blende herangezogen.

Beide Algorithmen wurden für die Rekonstruktion jeweils nach einer und nach 100 Iterationen ausgeführt. Die Simulationsergebnisse sind in Abb. 3.14 dargestellt. Das Ergebnis unter Verwendung des kFP-Algorithmus ist stark beeinträchtigt. Dies liegt daran, dass die Wellenaberrationen in der Aperturblende alle Teilspektren wiederholt beeinflussen. Im Vergleich dazu kann der EPRY-FPM-Algorithmus erfolgreich die Wellenaberrationen von dem Fourierspektrum trennen, falls ihre Anfangsschätzung nahe an den realen Wellenaberrationen liegt (siehe Abb. 3.14 (g1) bis (i2)). Mit der Trennung der Wellenaberrationen wird eine verbesserte Bildqualität der Rekonstruktion erreicht. Dass die Rekonstruktion und die Eingabe von jeweils dem Fourierspektrum und der Aperturblende nicht präzise übereinstimmen, liegt daran, dass die verwendeten Teilspektren nicht die ganze Fourierebene bedecken, und an der näherungsweise numerischen Berechnung. Außerdem ist schon die Anfangsschätzung der Aperturblende wichtig. Eine unpassende Anfangsschätzung kann auch eine ungenaue Rekonstruktion hervorrufen (siehe Abb. 3.14 (d1) bis (f2)).

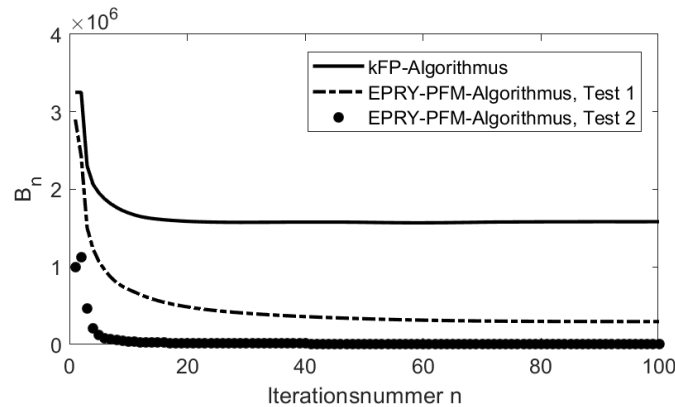


Abb. 3.15: Mittlerer quadratischer Fehler mittels des kFP-Algorithmus und des EPRY-FPM-Algorithmus

Ähnlich Gleichung (3.15) wird nun der mittlere quadratische Fehler durch das Quadrat der Differenz der berechneten und gemessenen Abbildungen wie folgt ermittelt:

$$B_n = \sum_{m=1}^M [|\phi_n(x, y; \alpha_m) - \phi'_n(x, y; \alpha_m)|]^2. \quad (3.22)$$

Der mittlere quadratische Fehler B_n in Abhängigkeit von der Iterationsnummer ist in Abb. 3.15 dargestellt. Alle drei Kurven konvergieren innerhalb der ersten 20 Iterationen. Mit der angepassten Anfangsschätzung der Aperturblende ist der Fehler B_n jedoch am kleinsten.

3.2.2 Aberrationen des Beleuchtungssystems

Um die räumlich kohärente Beleuchtung mit ebenen Wellen zu realisieren, werden optische Elemente zwischen der einzelnen LED und dem Objekt eingesetzt. Dabei entstehen Wellenaberrationen im Beleuchtungssystem. Außerdem können die Intensitäten aus unterschiedlichen Beleuchtungswinkeln inhomogen und unterschiedlich sein. Sie werden nun als Aberrationen Δu_{Bel} des Beleuchtungssystems bezeichnet. Zusammen mit der idealen Beleuchtung u_{Bel} und dem Objekt u_{ob} werden sie durch die erste Fourierlinse im Frequenzraum transformiert, wobei sich $\mathcal{F}\{(u_{Bel} + \Delta u_{Bel}) \cdot u_{ob}\}$ ergibt. Die Aberrationen beeinträchtigen die Qualität von sowohl den aufgenommenen als auch den mittels des kFP-Algorithmus rekonstruierten Intensitätsbildern.

Abb. 3.16 stellt die rekonstruierten Intensitätsbilder jeweils nach einer und nach 100 Iterationen dar, wobei die Intensitäten aus jedem Beleuchtungswinkel homogen sind. In der Rekonstruktion wird der Stitching-Prozess des kFP-Algorithmus mit dem Teilspektrum von der Mitte des gesamten Fourierspektrums angefangen, anschließend im Uhrzeigersinn mit den anderen Teilspektren fortgesetzt.

Für Abb. 3.16 (a) sind identische bzw. gleiche Intensitäten und keine Wellenaberrationen für jeden Beleuchtungswinkel eingesetzt, während für (b) bis (d) zufällige Intensitäten eingesetzt werden. Zwar sind die rekonstruierten Intensitätsbilder von (a) bis (d) nach einer Iteration fast identisch, die Ergebnisse nach 100 Iterationen aber unterschiedlich. Die Ergebnisse in (b), (c) und (d) zeigen, dass sowohl die Größe als auch die Reihenfolge der Aberration bzw. der Intensitäten die Qualität der Rekonstruktion beeinflussen. Je stärker die Intensität von den benachbarten Intensitäten abweicht (siehe Beleuchtung 6 in Abb. 3.16 (d1)), desto schwieriger wird die anschließende Rekonstruktion.

Für Abb. 3.16 (e) bis (h) werden jeweils das Koma und der Astigmatismus in dem Beleuchtungssystem eingesetzt. Die Differenzen zwischen dem Maximum und dem Minimum (P-V-Werte) der Wellenfronten bei verschiedenen Beleuchtungswinkeln sind unterschiedlich. Für (f) und (h) werden jeweils verstärkte Wellenaberrationen als für (e) und (g) in jedem Beleuchtungswinkel eingesetzt. Deswegen haben die rekonstruierten Intensitätsbilder (f) und (h) eine schlechtere Qualität.

Die einzelne Abbildung im Frequenzraum (u, v) kann durch

$$\mathcal{F}\{[u_i(x, y) + \Delta u_i(x, y)]\} = \mathcal{F}\{[u_{Bel}(x, y) + \Delta u_{Bel}(x, y)] \cdot u_{ob}(x, y)\} \cdot P(u, v) \quad (3.23)$$

beschrieben werden. Die Aberrationen $\Delta u_{Bel}(x, y)$ können aus verschiedenen Beleuch-

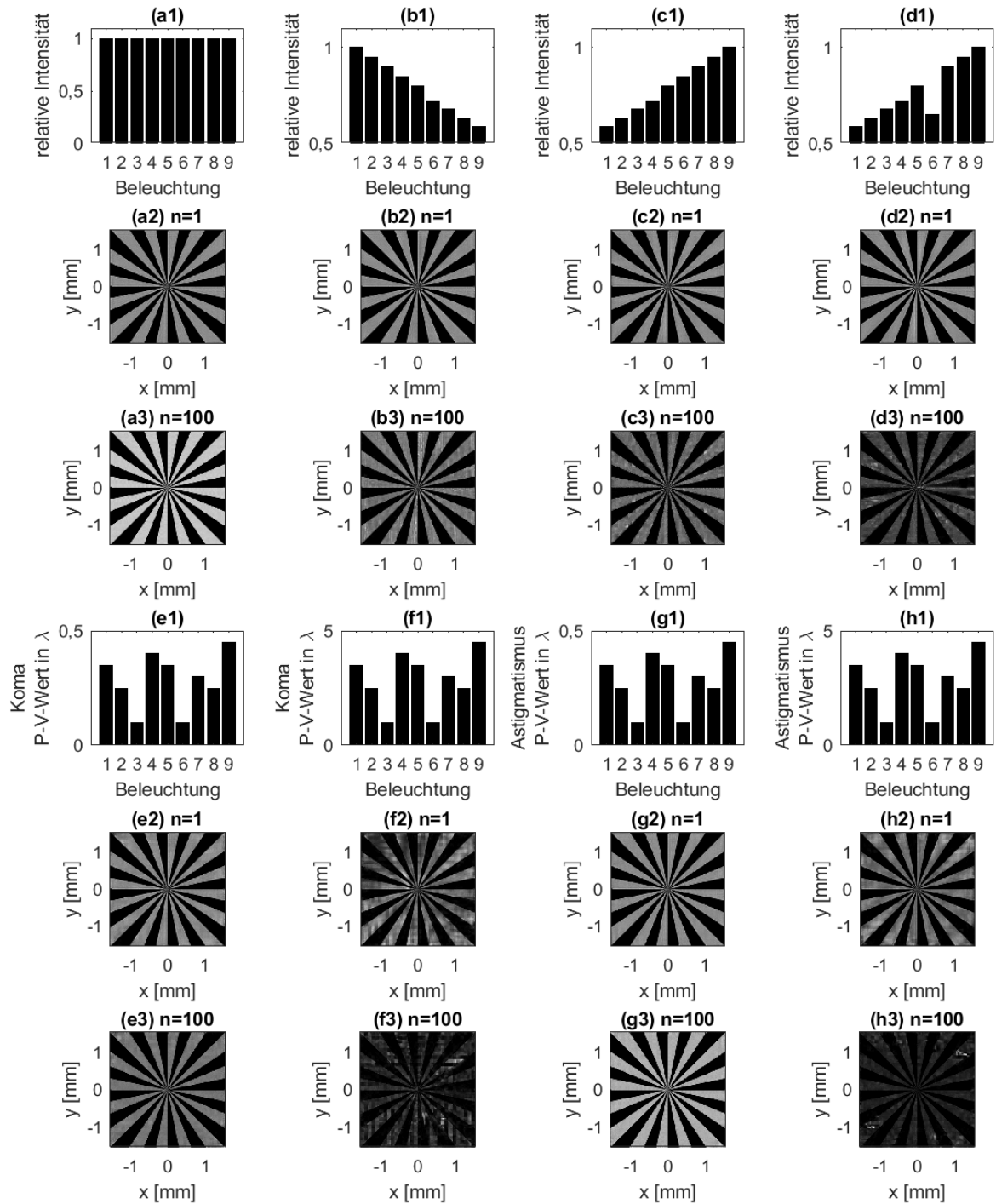


Abb. 3.16: Einfluss der Aberrationen des Beleuchtungssystems auf die Rekonstruktion mittels des kFP-Algorithmus jeweils nach $n = 1$ und $n = 100$ Iterationen: (a1) bis (d3) Einfluss von Lichtintensitäten. (e1) bis (f3) Einfluss vom Koma. (g1) bis (h3) Einfluss vom Astigmatismus.

tungswinkeln unterschiedlich sein. Das führt zu einer Inkonsistenz der benachbarten Teilspektren im Überlappungsbereich. Die Aberrationen können durch Verwendung

genauerer Beleuchtungsvorrichtungen reduziert werden. Dies ist jedoch häufig relativ teuer, wodurch die Kosten der Verwendung der kFP bei realen Anwendungen in der Praxis erheblich steigen. Daher wird eine kostengünstige Lösung, nämlich die Behebung der Aberrationen durch eine rechnerische Nachbearbeitung, diskutiert.

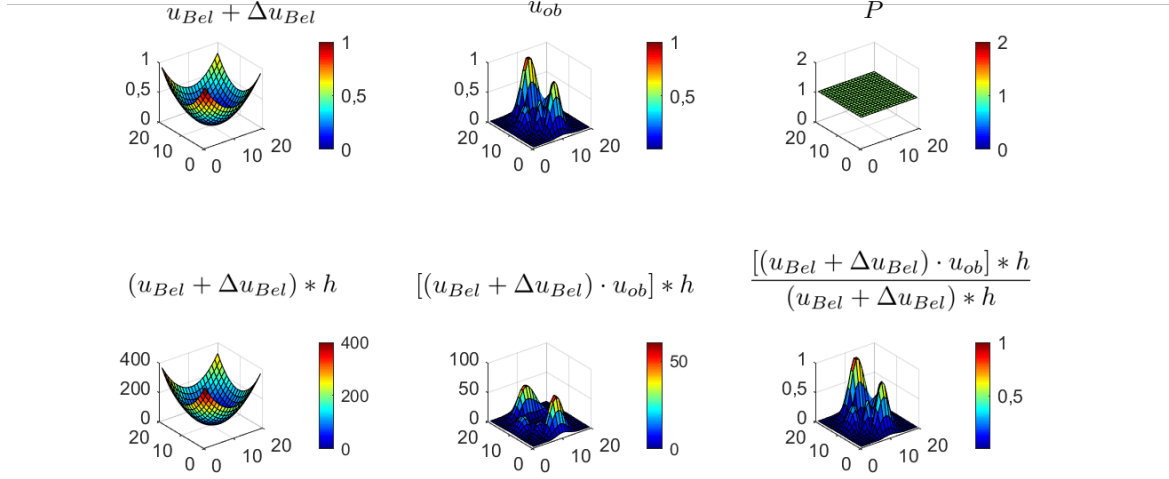


Abb. 3.17: Erfolgreiche Rekonstruktion der Abbildung $u_{ob}(x, y)$

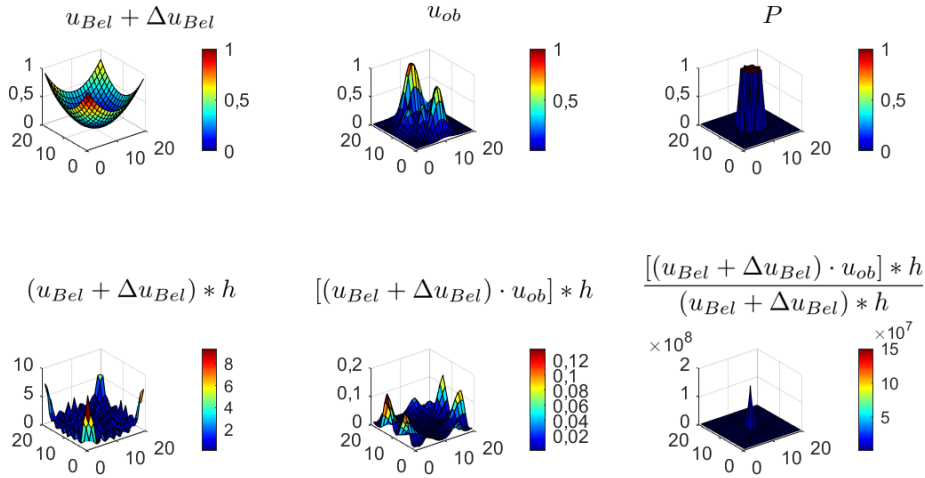


Abb. 3.18: Nicht erfolgreiche Rekonstruktion der Abbildung $u_{ob}(x, y)$

Falls der Durchmesser der Aperturblende $P(u, v)$ größer ist als der Bereich des gesamten Fourierpektrums, kann die Blende als Konstante 1 behandelt werden. Im Experiment können zwei Intensitätsbilder aufgenommen werden. Ohne das Objekt entsprechen die komplexen Amplituden des Spektrums:

$$\Phi_{ob}(f_X, f_Y) = \mathcal{F}\{u_{Bel}(x, y) + \Delta u_{Bel}(x, y)\} \cdot P(u, v). \quad (3.24)$$

Mit dem Objekt entsprechen andere komplexen Amplituden des Spektrums:

$$\Phi_{mob}(f_X, f_Y) = \mathcal{F}\{[u_{Bel}(x, y) + \Delta u_{Bel}(x, y)] \cdot u_{ob}(x, y)\} \cdot P(u, v). \quad (3.25)$$

Mittels des iterativen Phasenrückgewinnungsalgorithmus von Fienup [28] können jeweils die komplexen Amplituden von

$$\phi_{oob}(x, y) = [u_{Bel}(x, y) + \Delta u_{Bel}(x, y)] * h(x, y) \quad (3.26)$$

und

$$\phi_{mob}(x, y) = \{[u_{Bel}(x, y) + \Delta u_{Bel}(x, y)] \cdot u_{ob}(x, y)\} * h(x, y) \quad (3.27)$$

im Ortsraum rekonstruiert werden. Da die Aperturblende der Punktbildfunktion $h(x, y)$ bzw. einer δ -Funktion im Ortsraum entspricht, werden dann die Abbildungen im Ortsraum jeweils durch eine Faltung zwischen $(u_{Bel} + \Delta u_{Bel})$ und der δ -Funktion, $[(u_{Bel} + \Delta u_{Bel}) \cdot u_{ob}]$ und der δ -Funktion berechnet. Es ist bekannt, dass die Faltung mit der δ -Funktion die Form der ursprünglichen Funktion nicht verändert. Deshalb wird das Objekt $u_{ob}(x, y)$ durch die Division von $\phi_{mob}(x, y)$ und $\phi_{oob}(x, y)$ bestimmt. Abb. 3.17 stellt die Berechnung des Objekts dar, wobei reale Werte für die Beleuchtung, das Objekt und die Blende angenommen werden, um die Diskussion zu vereinfachen.

Der kFP-Algorithmus wird angewendet, wenn der Bereich des Fourierspektrums größer als der Durchmesser der Aperturblende ist. Innerhalb der Blende sind die Werte Eins, außerhalb Null. In diesem Fall entspricht die Blende im Ortsraum keiner δ -Funktion mehr, sondern einer *sinc*-Funktion. Durch die Division von $\phi_{mob}(x, y)$ und $\phi_{oob}(x, y)$ kann man das Objekt nicht erhalten (siehe Abb. 3.18).

Falls bei den einzelnen Intensitätsbildern die Aberrationen des Beleuchtungssystems in Kauf genommen werden müssen, sind sie in der Praxis möglichst klein zu halten, damit die Qualität der Abbildungen nicht zu stark beeinträchtigt wird.

3.3 Experiment zur FPM

In der kFPM [7] wird ein LED-Array in planarer Anordnung verwendet. Zwischen dem LED-Array und dem Mikroskop gibt es keine optischen Elemente. Die LEDs werden sequentiell einzeln ein- und ausgeschaltet, um einige niedrigaufgelöste Intensitätsbilder aufzunehmen. Nun setzen wir das Prinzip der kFPM in der Praxis um, wobei zwei Experimente mit zwei Beleuchtungskonzepten durchgeführt werden. Die Beleuchtungskonzepte sind jeweils eine planare und eine kugelförmige Anordnung der Beleuchtung. Das Licht aus jeder LED wird entweder durch ein Pinhole oder eine Faser in eine Lichtquelle mit einem Durchmesser von $50\mu m$ umgewandelt, damit eine hohe räumliche Kohärenz der Beleuchtung garantiert wird [65]. Nun wird mittels ZEMAX simuliert, wie die Wellenfronten und Wellenaberrationen im Beleuchtungssystem bei den o.g. drei Situationen verlaufen. Angenommen wird, dass die Ausdehnung jeder LED eine kreisförmige Fläche von $4,5mm^2$ hat und der minimale Abstand zwischen zwei LEDs beträgt $10mm$. Die Ausdehnung der LED kann als eine Kombination vieler Punktlichtquellen angenommen werden. Die Wellenfront der Lichtquelle ergibt sich durch die Summe der Wellenfronten aller Punktlichtquellen. Zur Vereinfachung berücksich-

sichtigen wir die Wellenaberrationen von jeweils zwei Punkten aus einem Querschnitt der Ausdehnung der LED und einem Punkt aus der umgewandelten Lichtquelle, um die Ergebnisse zu vergleichen.

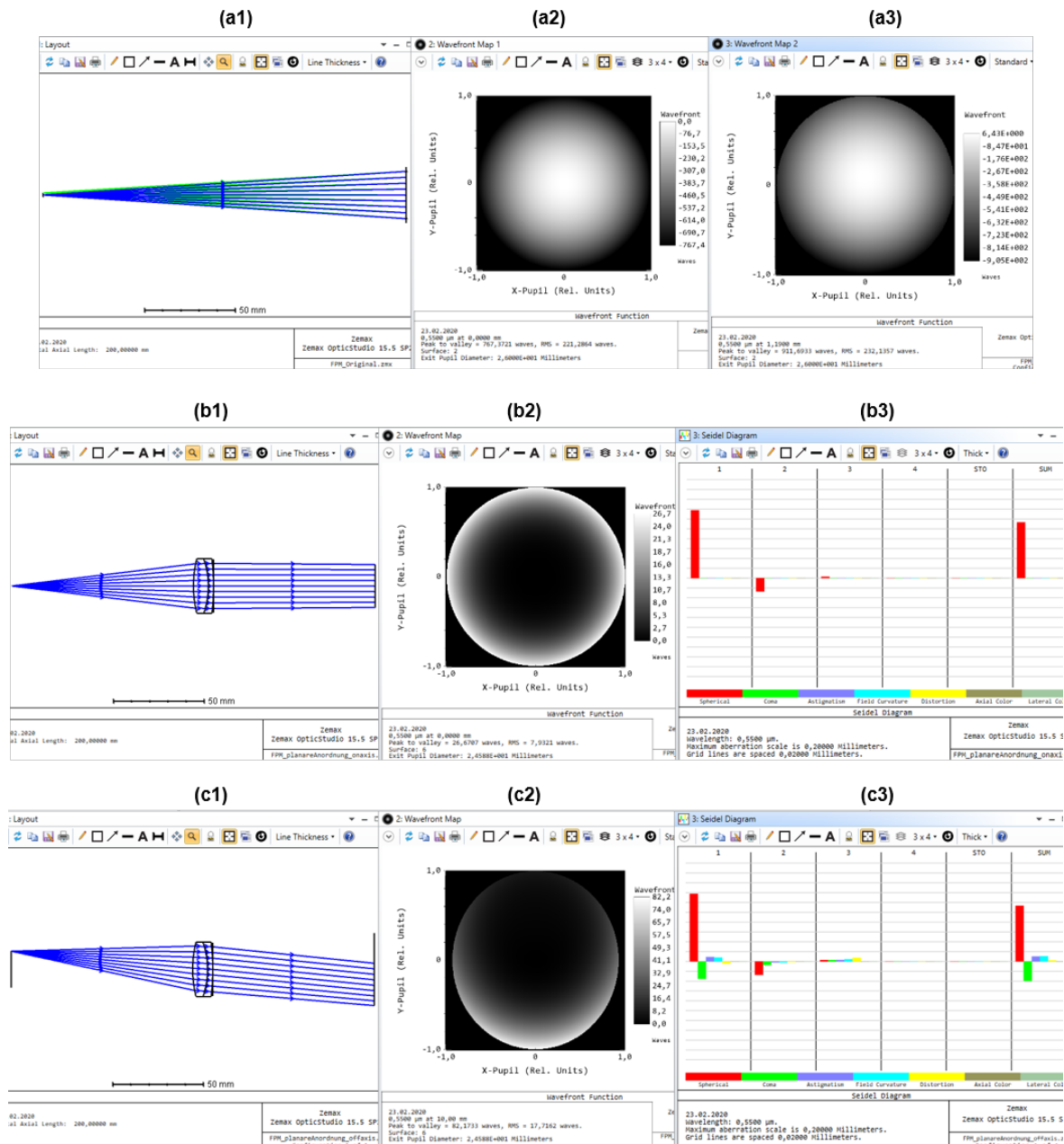


Abb. 3.19: Fehleranalyse der Beleuchtungskonzepte mittels ZEMAX: (a1) bis (a3) Zwei Punktlichtquellen aus einer ausgedehnten LED. (b1) bis (b3) Eine Punktlichtquelle auf der optischen Achse. (c1) bis (c3) Eine außeraxiale Punktlichtquelle.

Abb. 3.19 stellt die Simulationsergebnisse dar. Der Abstand zwischen der Lichtquelle und der Beobachtungsebene, in der die Objektebene platziert wird, beträgt 200mm .

In Abb. 3.19 entspricht (a1) der Lichtpropagation jeweils von der Punktlichtquelle in der Mitte und am Rand derselben ausgedehnten LED, während (b1) und (c1) jeweils der Punktlichtquelle in der Mitte von zwei nebeneinanderstehenden umgewandelten Lichtquellen entsprechen. Die Differenz zwischen dem Maximum und dem Minimum (P-V-Wert) der Wellenfront aus der Punktlichtquelle in Abb. 3.19 (a2), die auf der optischen Achse steht, beträgt bezüglich der Objektebene 767λ . Die Abb. 3.19 (a3) stellt einen P-V-Wert der Wellenfront mit 912λ dar, wobei die äußerste Punktlichtquelle derselben LED betrachtet wird. Die Darstellung (a3) weist darauf hin, dass der P-V-Wert der Wellenfront aus der außeraxialen Punktlichtquelle größer wird. Für (b) und (c) wird jeweils eine Linse (Edmund Optics, f100, EPD30, Nummer in ZEMAX: 32500) im Abstand 100mm hinter der umgewandelten Lichtquelle ($\varnothing 50\mu\text{m}$) eingesetzt. Die Linse minimiert den P-V-Wert der Wellenfront aus der Punktlichtquelle auf der optischen Achse bezüglich der Objektebene zu 27λ (siehe (b2)). In dem Seidel-Diagramm (b3) ist nur die sphärische Aberration auffällig sichtbar. Das Bild (c1) stellt die Position der Punktlichtquelle in der Mitte einer anderen Lichtquelle ($\varnothing 50\mu\text{m}$) dar. Der P-V-Wert der Wellenfront aus der außeraxialen Punktlichtquelle nimmt im Vergleich zu (b2) aufgrund ihres Offsets auf 82λ und 62λ jeweils bezüglich der Objektebene (siehe (c2)) und der senkrecht zu dem Richtungsvektor des Strahlenbündels stehenden Ebene zu. Gleichzeitig treffen das Koma und der Astigmatismus usw. auf (siehe (c3)).

Die Kombination zwischen Abb. 3.19 (b) und (c) entspricht der planaren Anordnung der Beleuchtung für das Experiment im Unterkapitel 3.3.1. Die Abb. 3.19 (b) stellt die minimalen Wellenaberrationen für räumlich kohärente Beleuchtung dar. Es ist das Grundprinzip für die kugelförmige Anordnung der Beleuchtung für das Experiment im Unterkapitel 3.3.2.

Das $4f$ -Abbildungssystem in den folgenden zwei Experimenten hat einen Abbildungsmaßstab von -1 . Zwei identische Fourierlinsen (achromatische Dubletten, Brennweite $f = f_1 = f_2 = 80\text{mm}$) sind in den beiden Experimenten eingesetzt. Die Aperturblende besitzt jeweils einen Durchmesser von ca. $\varnothing_1 = 6\text{mm}$ und $\varnothing_2 = 6,5\text{mm}$. Dann wird die numerische Apertur in dem ersten und dem zweiten Experiment (siehe Abb. 3.20 und Abb. 3.25) jeweils durch die Gleichung (3.28) und die Gleichung (3.29) bestimmt. Die optische Auflösung des kohärenten Abbildungssystems in Abhängigkeit von der numerischen Apertur und der Wellenlänge [20–23] kann jeweils durch die Gleichung (3.30) und die Gleichung (3.31) ermittelt werden.

$$NA_1 = n_0 \cdot \sin(\alpha_1) = 1 \cdot \sin\left(\arctan \frac{\varnothing_1}{2 \cdot f}\right) = \sin\left(\arctan \frac{3\text{mm}}{80\text{mm}}\right) = 0,0375 \quad (3.28)$$

$$NA_2 = n_0 \cdot \sin(\alpha_2) = 1 \cdot \sin\left(\arctan \frac{\varnothing_2}{2 \cdot f}\right) = \sin\left(\arctan \frac{3,25\text{mm}}{80\text{mm}}\right) = 0,0406 \quad (3.29)$$

$$\delta_{x1} = \frac{\lambda}{NA_1} = \frac{630\text{nm}}{0,0375} = 16,8\mu\text{m} \quad (3.30)$$

$$\delta_{x2} = \frac{\lambda}{NA_2} = \frac{530nm}{0,0406} = 13,1\mu m \quad (3.31)$$

Laut der Nyquist-Theorie [66, 67] kann die maximale Pixelgröße der numerischen Simulation durch

$$\Delta_{x1} = \frac{\lambda \cdot f}{\varnothing_1} = \frac{630nm \cdot 80mm}{6mm} = 8,4\mu m \triangleq \frac{\delta_{x1}}{2} \quad (3.32)$$

und

$$\Delta_{x2} = \frac{\lambda \cdot f}{\varnothing_2} = \frac{530nm \cdot 80mm}{6,5mm} = 6,5\mu m \triangleq \frac{\delta_{x2}}{2} \quad (3.33)$$

bestimmt werden.

Bei der Auswahl der Kamera für die Aufnahme der Intensitätsbilder soll darauf geachtet werden, dass die Pixelgröße des Kamerasensors kleiner als die berechnete optische Auflösung und die berechnete Pixelgröße sein muss. Für das erste Experiment mit roten LEDs und der planaren Anordnung der LED-Array-Beleuchtung wird eine CCD-Kamera benutzt. Für das zweite Experiment mit einer grünen LED und einer kugelförmigen Anordnung der Beleuchtung wird eine CMOS-Kamera verwendet.

Für die Rekonstruktion mittels des kFP-Algorithmus wird Null als die anfängliche Schätzung des Fourierspektrums festgelegt. In der Simulation ist die richtige Position jedes Teilspektrums, die dem Beleuchtungswinkel entspricht, bekannt. Im Experiment können die Beleuchtungswinkel mittels des Shack-Hartmann-Sensors (SHS) (SHSLab mit SHSCam BR-110-GE, Optocraft GmbH, Erlangen, Bayern, Deutschland) gemessen werden. Es ist aber zu beachten, dass die gemessenen Winkel bei großen Wellenaberrationen fehlerbehaftet sein können. Im Folgenden werden die Fehlerquellen von Beleuchtungssystem, Abbildungssystem, Bildrauschen und Fehlausrichtung in Kauf genommen. Es wird getestet, ob die Auflösung der rekonstruierten Intensitätsbilder trotz des Einflusses der Fehler mittel des kFP-Algorithmus verbessert werden kann.

3.3.1 Planare Anordnung der Beleuchtung

Abb. 3.20 stellt den Versuchsaufbau dar. Er besteht aus einem LED-Array, einem Pinhole-Array, einer gemeinsamen Kollimatorlinse, einem $4f$ -Abbildungssystem und einer CCD-Kamera (IDS UI122xSE-M, IDS Imaging Development Systems GmbH, Baden-Württemberg, Deutschland). Das LED-Array und das Pinhole-Array besitzen jeweils 5×5 LEDs und 5×5 Pinholes. Die LEDs (ELSW-F61R1-0PPNM-AR5R6, Everlight Electronics Co. Ltd.) haben einen schmalen Spektralbereich mit der Peak-Wellenlänge $630nm$. Die Pinholes haben jeweils einen Durchmesser von $50\mu m$. Sie

verkleinern die Ausdehnung der Beleuchtung und ermöglichen so ähnliche Punktlichtquellen. Das Pinhole-Array wird in der objektseitigen Brennweite der Kollimationslinse justiert. So werden ebene Wellen aus 25 unterschiedlichen Winkeln garantiert. Die Nummerierung der LEDs und der entsprechenden Pinholes fängt von links unten mit 1 an, anschließend nach oben bis zu 5, dann nach rechts und runter bis zu 10 usw. Die LED und das Pinhole rechts oben entsprechen der Nummer 25. Das Beleuchtungswinkelintervall beträgt $0,8^\circ$. Die Pixelgröße der CCD-Kamera ist $5,3\mu m$. Die LEDs werden sequentiell einzeln ein- und ausgeschaltet und es werden insgesamt 25 Intensitätsbilder aufgenommen.

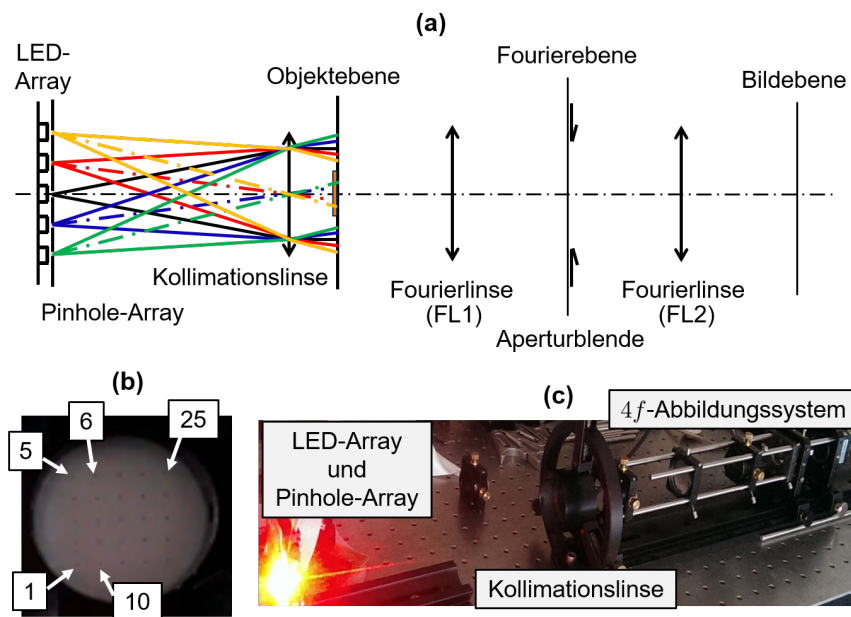


Abb. 3.20: Versuchsaufbau der planaren Anordnung der Beleuchtung: (a) Beleuchtungskonzept. (b) Pinhole-Array. (c) Experimenteller Aufbau.

Abb. (3.21) stellt die mittels der CCD-Kamera gemessenen Intensitäten des Lichts aus den LEDs dar, wobei die CCD-Kamera auf der Objektebene platziert ist. Die Belichtungszeit der CCD-Kamera ist auf $100ms$ festgestellt und die Grauwerte der Pixel der CCD-Kamera sind gezeigt. Diese Grauwerte sind zwar nicht die optische Leistung des Licht, sie spiegeln aber wider, ob die optischen Leistungen bzw. die Intensitäten des Lichts unterschiedlich sind. Die Darstellungen (a1) und (a2) zeigen, dass die Intensitäten aus derselben LED auf der Objektebene inhomogen sind. Die Darstellung (b) zeigt, dass die Beleuchtungen aus unterschiedlichen Winkeln nicht die gleiche Intensität besitzen. Aus der LED 24 entspricht der Mittelwert der aufgenommenen Intensitäten dem maximalen Grauwert $\bar{I} = 255$ der CCD-Kamera. Dies liegt daran, dass das Pinhole vor der LED 24 größer als $50\mu m$ ist und viel mehr Licht als die anderen Pinholes durchlässt.

Abb. (3.22) stellt die mittels des SHS aufgenommenen (siehe (a1) und (b1)) und durch die Zernike-Entwicklung beschriebenen (siehe (a2) und (b2)) Wellenfronten aus zwei

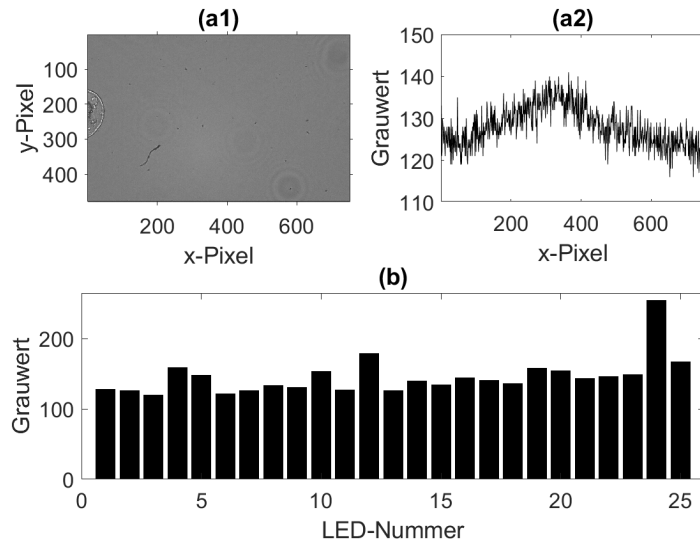


Abb. 3.21: Intensitäten der roten LEDs: (a1) Ein aufgenommenes Intensitätsbild aus LED 13. (a2) Grauwerte entlang der Zeile 300 von (a1). (b) Mittelwert der Grauwerte jedes aufgenommenen Intensitätsbildes.

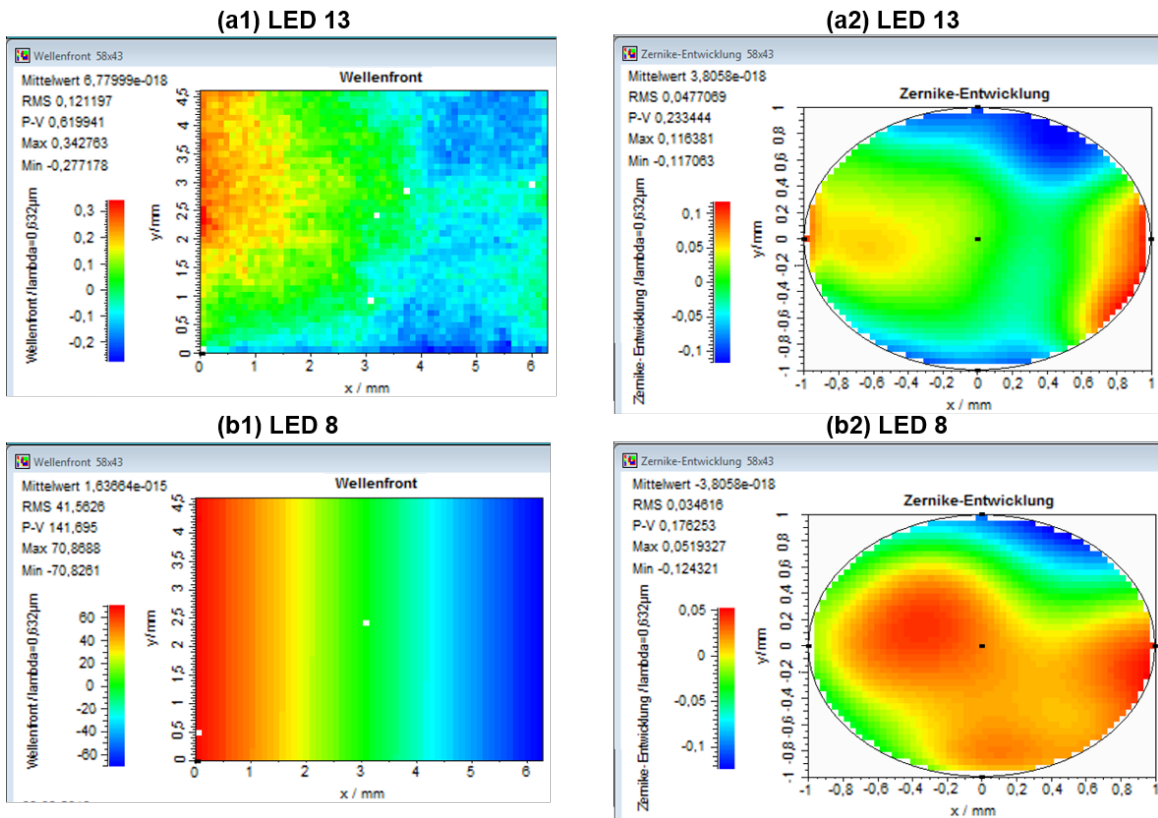


Abb. 3.22: Wellenfronten: (a1) und (b1) Mittels des SHS aufgenommene Wellenfronten jeweils beim Einschalten der LED 13 und der LED 8. (a2) und (b2) Durch die Zernike-Entwicklung dargestellte Wellenfronten.

Beleuchtungswinkeln dar, wobei der SHS auf der Objektebene platziert ist. Die Darstellung der Wellenfronten mittels der Zernike-Entwicklung wurde unter Vernachlässigung der Wellenaberrationen Piston und Tilt durchgeführt. Die Wellenaberrationen aus allen Beleuchtungswinkeln sind unter Vernachlässigung des Phasenkeils klein. Die P-V-Werte der Wellenfronten, die bezüglich der senkrecht zu dem Richtungsvektor der Beleuchtung stehenden Ebenen sind, liegen innerhalb der $0,5\lambda$. (a2) und (b2) zeigen zwei davon.

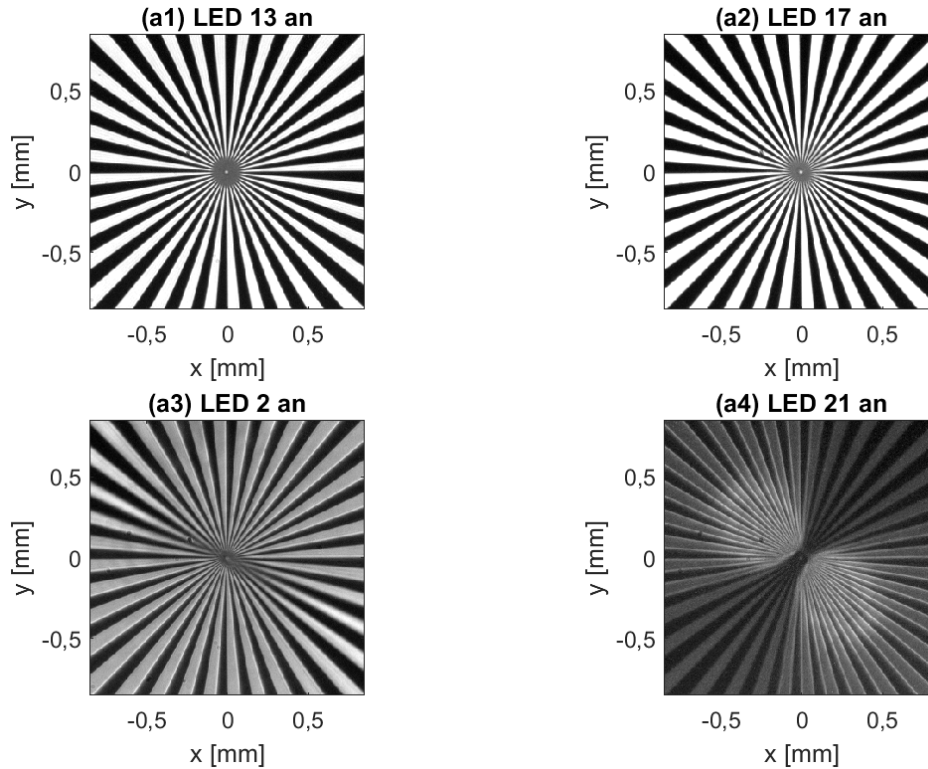


Abb. 3.23: Aufgenommene Intensitätsbilder mit einzelner eingeschalteten roten LED: (a1) LED 13 ist eingeschaltet. (a2) LED 17 ist eingeschaltet. (a3) LED 2 ist eingeschaltet. (a4) LED 21 ist eingeschaltet.

Abb. (3.23) stellt vier der aufgenommenen Intensitätsbilder dar. Sie unterscheiden sich sowohl hinsichtlich der Intensitäten als auch der Frequenzen. Beim größeren Beleuchtungswinkel hat das Intensitätsbild nur eine geringe Helligkeit (siehe (Abb. 3.23 (a4))). Die Beleuchtungswinkel bezüglich der horizontalen Beleuchtung werden mittels des SHS bestimmt.

Abb. 3.24 (a1) zeigt das aufgenommene Intensitätsbild unter horizontaler Beleuchtung. Die Bilder (b1) bis (c2) sind die rekonstruierten Intensitätsbilder aus jeweils 9 und 25 Einzelbildern und nach jeweils einer und 100 Iterationen. Das rekonstruierte Intensitätsbild aus 9 Einzelbildern hat zwar eine erhöhte Auflösung, seine Qualität ist aber durch die Fehler im Versuchsaufbau beeinträchtigt. Das rekonstruierte Intensitätsbild aus 25 Einzelbildern hat sowohl eine schlechte Abbildungsqualität als auch eine schlechte Auflösung. Es ist relativ schwer zu erkennen. Die verschlechterte Qualität der

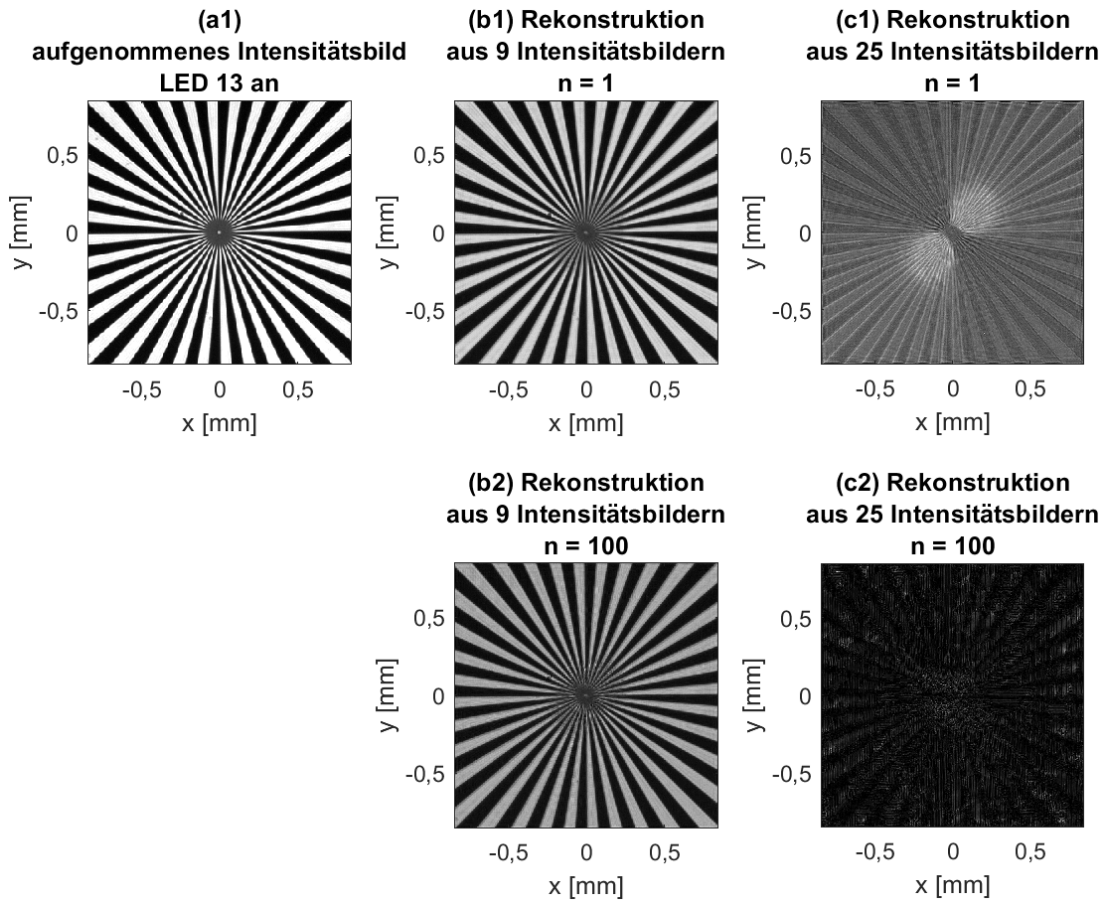


Abb. 3.24: Rekonstruierte Intensitätsbilder aus jeweils 9 und 25 aufgenommenen Intensitätsbildern mittels des kFP-Algorithmus: (a1) Ein aufgenommenes Intensitätsbild beim Einschalten der LED 13. (b1) bis (c2) Rekonstruktionen.

Rekonstruktion liegt nicht nur an den Wellenaberrationen des Beleuchtungssystems, sondern auch an den Intensitätsvariationen der Beleuchtungen aus unterschiedlichen Beleuchtungswinkeln.

3.3.2 Kugelförmige Anordnung der Beleuchtung

Abb. 3.25 stellt den Versuchsaufbau für das zweite Experiment dar. Der experimentelle Versuchsaufbau in (d) besteht aus einem Beleuchtungssystem, einem 50/50 nichtpolarisierenden Strahlteiler, einem typischen $4f$ -Abbildungssystem, einem SHS zur Wellenfrontcharakterisierung und einer CMOS-Kamera (IDS UI-1220SE-M-GL Rev. 2, IDS Imaging Development Systems GmbH) zur Bildaufnahme. Abb. 3.25 (a) zeigt das Prinzip der kugelförmigen Anordnung der Beleuchtung. Bevor ein echtes Beleuchtungssystem mit vielen LEDs, kugelförmig angeordnet, aufgebaut wird, wird im Experiment nur eine LED verwendet. Das Licht aus der fasergekoppelten LED (Thorlabs GmbH, Dachau, München, Bayern, Deutschland) hat eine Peak-Wellenlänge von 530nm . Die Glasfa-

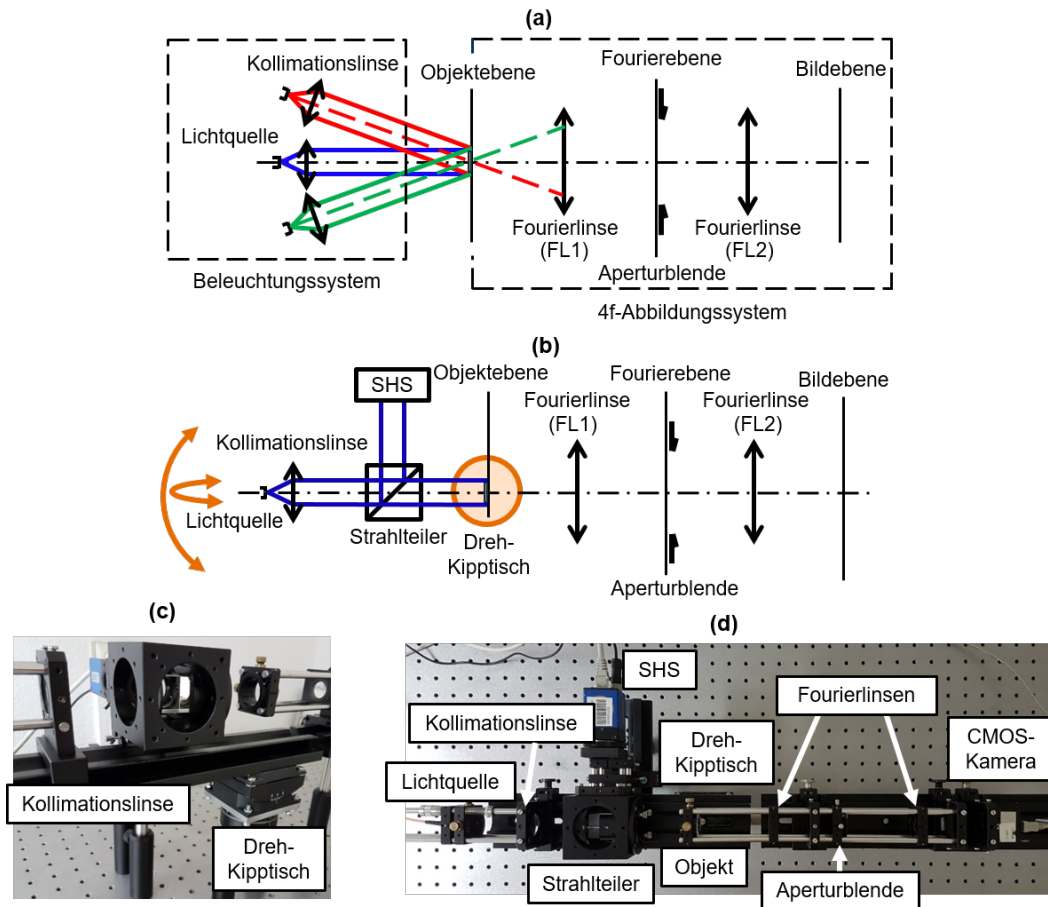


Abb. 3.25: Versuchsaufbau der kugelförmigen Anordnung der Beleuchtung: (a) Beleuchtungskonzept der kugelförmigen Anordnung. (b) Schematischer Versuchsaufbau. (c) Teils des experimentellen Aufbaus. (d) Experimenteller Aufbau.

ser (50/125-3,0mm, Faserkerndurchmesser $50\mu\text{m}$) wirkt als eine Punktlichtquelle. Um eine kreisförmige Anordnung zu realisieren, wird ein Dreh-Kipptisch aufgebaut, mit dem das Beleuchtungssystem verbunden ist. Der Dreh-Kipptisch ähnelt einem dreidimensionalen Goniometer, wodurch unterschiedliche Beleuchtungswinkel realisiert werden. Der Strahlteiler teilt den Lichtstrahl des Beleuchtungssystems in zwei Teilstrahlen auf, die senkrecht zueinander stehen. Der SHSLab kann sowohl die Wellenfront als auch den Neigungswinkel des Lichtstrahls aufzeichnen. Der gemessene Neigungswinkel wird für die Lokalisierung des Teilspektrums verwendet. In dem $4f$ -Abbildungssystem werden als Objekt der Siemensstern, zwei identische Fourierlinsen ($f = 80\text{mm}$) und eine Lochblende ($\varnothing_2 = 6,5\text{mm}$) verwendet.

Mit diesem Aufbau werden drei Versuche durchgeführt, wobei die Wellenfrontaberrationen des Beleuchtungssystems aufgrund des Einsatzes von unterschiedlichen optischen Elementen eingebracht werden. Ziel der drei Versuche ist es, den Einfluss unterschiedlicher Größen von Wellenaberrationen auf die Qualität der rekonstruierten Intensi-

Tabelle 3.1: Parameter der Beleuchtungssysteme der drei Versuche

Beleuchtungssystem	1. Versuch	2. Versuch	3. Versuch
verwendeter optischer Element	ein Achromat ($f60$)	ein Achromat ($f60$) und eine Zylinderlinse ($f40$)	vier Einzellinsen ($f25$, $f40$, $f50$, $f60$)
P-V-Wert der Wellenfront	0,173302	89,2527	0,238426
y-Astigmatismus der 3. Ordnung	-0,0110	17,4129	-0,0153
x-Astigmatismus der 3. Ordnung	0,0045	7,9923	0,0247
y-Koma der 3. Ordnung	0,0033	-0,2567	0,0190
x-Koma der 3. Ordnung	0,0116	0,1716	0,0121
Öffnungsfehler	-0,0007	0,1688	-0,0023

tätsbilder zu untersuchen. Tabelle 3.1 stellt die verwendeten optischen Elemente und die gemessenen P-V-Werte der Wellenfronten sowie einige Zernike-Koeffizienten der Wellenaberrationen dar. Die aufgelisteten P-V-Werte und Zernike-Koeffizienten werden mittels des SHS gemessen, wobei der Richtungsvektor der Beleuchtung parallel zur optischen Achse des $4f$ -Abbildungssystems ist. Die P-V-Werte der Wellenfronten werden bezüglich der Objektebene berechnet. Im ersten Versuch wird ein Achromat ($f = 60\text{mm}$) als Kollimationslinse verwendet, um ebenen Wellen auf dem Objekt zu realisieren. Im zweiten Versuch wird eine Zylinderlinse ($f = 40\text{mm}$) zwischen dem Achromat und dem Strahlteiler platziert, um größere Wellenaberrationen, insbesondere einen größeren Astigmatismus zu erzeugen. Im dritten Versuch wird eine Kombination von vier Einzellinsen ($f = 25\text{mm}$, $f = 40\text{mm}$, $f = 50\text{mm}$ und $f = 60\text{mm}$) eingesetzt, um eine beliebige Wellenfront zu erzeugen. In jedem Versuch wird die Aufnahme des Intensitätsbildes unter dem horizontalen Beleuchtungswinkel gestartet. Durch Einstellung des Dreh-Kipptisches mit einem Winkelintervall von $0,5^\circ$ wird dann das zweite Intensitätsbild aufgenommen und so weiter. Im ersten Versuch werden 81 Bilder aufgenommen, im zweiten und dritten Versuch jeweils 25 Intensitätsbilder.

Abb. 3.26 (b1) bis (e2) stellen die rekonstruierten Intensitätsbilder des ersten Versuches dar. Mit Erhöhung der Anzahl der Bilder (bis zu 25) erhalten wir eine zunehmende Auflösung. Wenn mehr als 48 aufgenommene Intensitätsbilder für die Rekonstruktion verwendet werden, verschlechtert sich die Qualität der rekonstruierten Bilder (siehe (e1) und (e2)), da bei großen Beleuchtungswinkeln ein relativ großes Bildrauschen für die Rekonstruktion eingebracht wird. Im Vergleich zum ersten Versuch ist die Qualität der rekonstruierten Intensitätsbilder aus 25 gemessenen Bildern im zweiten und dritten Experiment aufgrund der vergrößerten Wellenfrontaberrationen schon schlechter geworden.

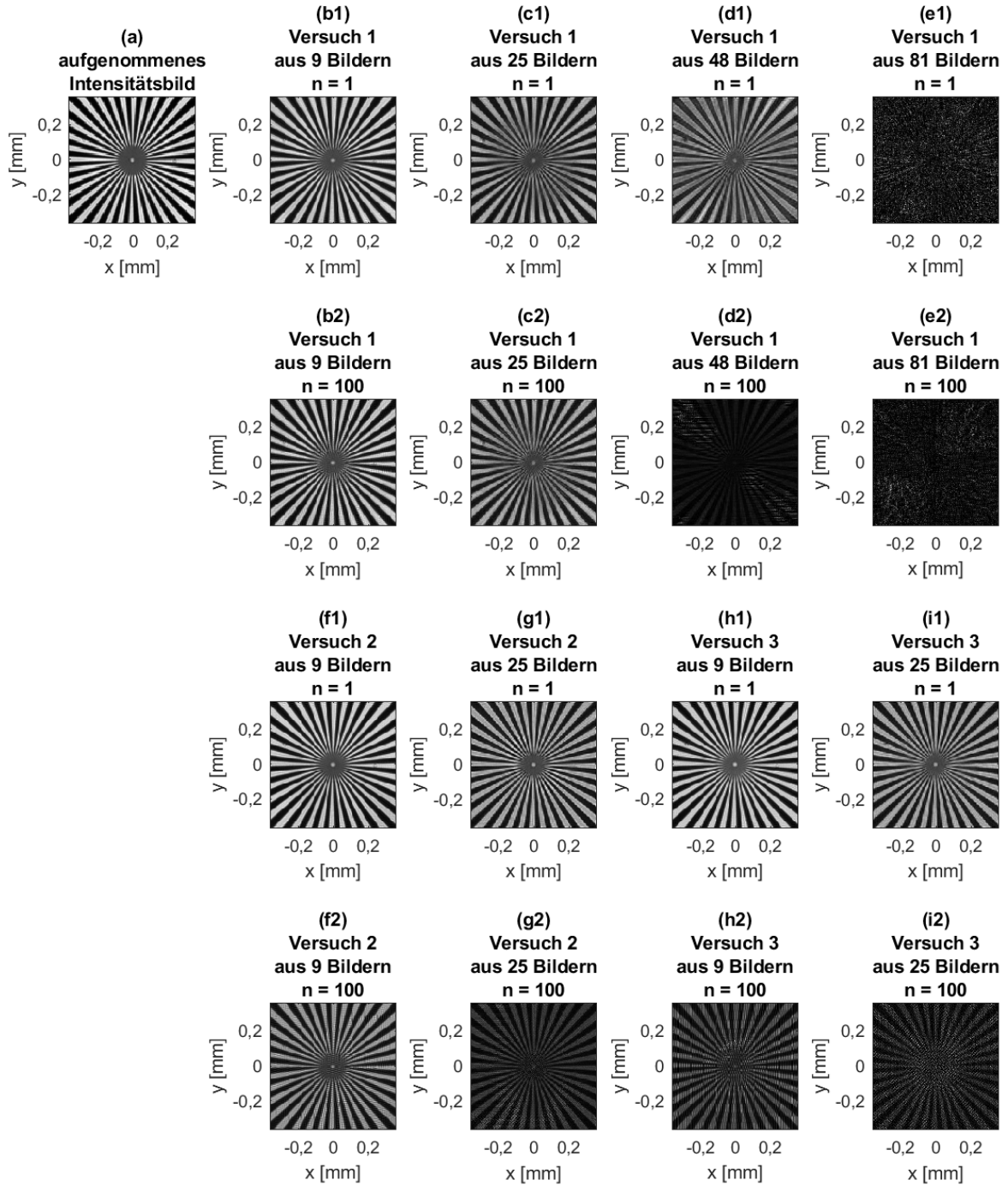


Abb. 3.26: Rekonstruierte Intensitätsbilder aus 9, 25, 48 und 81 aufgenommenen Intensitätsbildern mittels des kFP-Algorithmus: (a) Ein aufgenommenes Intensitätsbild unter dem horizontalen Beleuchtungswinkel. (b1) bis (e2) Rekonstruierte Intensitätsbilder des ersten Versuches. (f1) bis (g2) Rekonstruierte Intensitätsbilder des zweiten Versuches. (h1) bis (i2) Rekonstruierte Intensitätsbilder des dritten Versuches.

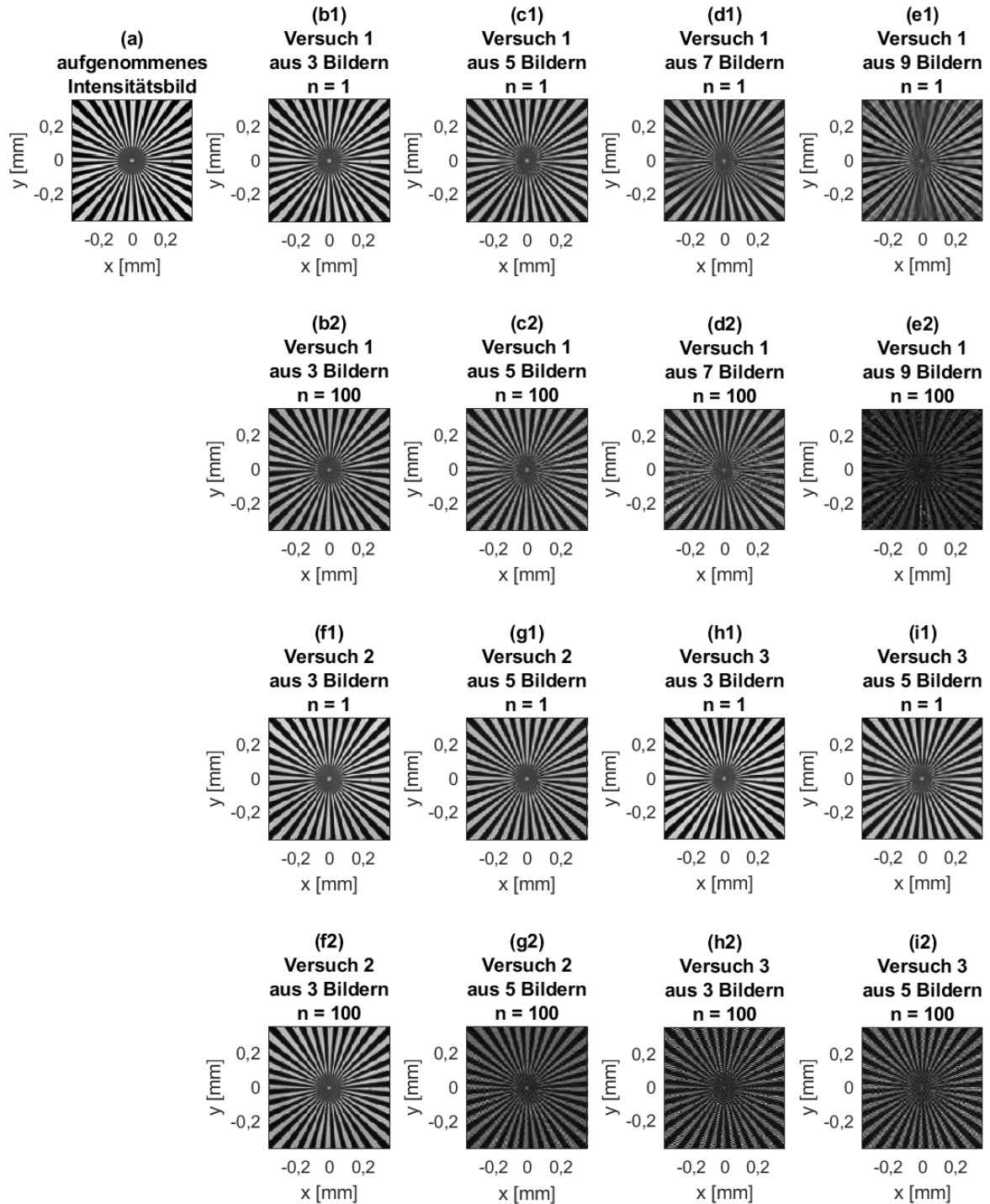


Abb. 3.27: Rekonstruierte Intensitätsbilder aus 3, 5, 7 und 9 aufgenommenen Intensitätsbildern mittels des kFP-Algorithmus: (a) Ein aufgenommenes Intensitätsbild unter dem horizontalen Beleuchtungswinkel. (b1) bis (e2) Rekonstruierte Intensitätsbilder des ersten Versuches. (f1) bis (g2) Rekonstruierte Intensitätsbilder des zweiten Versuches. (h1) bis (i2) Rekonstruierte Intensitätsbilder des dritten Versuches.

Abb. 3.27 zeigt nochmals den Unterschied zwischen den rekonstruierten Intensitätsbildern, die jeweils einem verbreitetes Fourierspektrum nur entlang der v -Achse und um $u = 0$ herum in der Fourierebene entsprechen. Die Qualität der Rekonstruktionen aus jeweils 3 und 5 aufgenommenen Intensitätsbildern aus dem zweiten und dritten Versuch sind aufgrund der vergrößerten Wellenaberrationen schlechter als aus dem ersten Versuch.

Der kFP-Algorithmus kann für die Rekonstruktion hochauflöser Intensitätsbilder in der Praxis eingesetzt werden. Dabei wird die Qualität der Rekonstruktion von den Fehlern des optischen Systems beeinflusst. Sowohl optimierte Algorithmen als auch bessere optische Systeme sorgen für eine gute Rekonstruktion.

Im kFP-Algorithmus entspricht jeder Beleuchtungswinkel einem niedrigauflösten Intensitätsbild. Bei einem großen Beleuchtungswinkel kann es passieren, dass die minimale Frequenz des Fourierspektrums aufgrund einer lateralen Verschiebung des gesamten Fourierspektrums nicht durch die Aperturblende verläuft. Daher besitzt das aufgenommene Intensitätsbild nur eine geringe Helligkeit und liefert nur wenige Informationen für die Rekonstruktion. Um dieses Problem zu lösen, wurden ein neues Prinzip und auch den entsprechenden Algorithmus vorgeschlagen, wobei zwei oder mehr LEDs gleichzeitig ein- und ausgeschaltet werden [68–70]. Dies entspricht einer inkohärenten Abbildung. In diesem Fall wird das Intensitätsbild durch die Summation der Intensitäten unter einzelnen eingeschalteten LEDs definiert. Das LED-Array ist nicht die einzige Beleuchtung für die Fourier-Ptychographie. Ein Beleuchtungssystem bestehend aus einem Laser und einem 2D-Galvo-Spiegelsystem bietet auch eine hohe optische Leistung für die kFP [71]. Inkohärente bzw. strukturierte Beleuchtung können auch in der Fourier-Ptychographie eingesetzt werden, um eine erhöhte Auflösung zu erzielen. Die inkohärente Fourier-Ptychographie findet auch in der Fluoreszenzmikroskopie Anwendung, wo die Fluoreszenzemission vom Beleuchtungswinkel unabhängig ist [10–12].

3.4 Inkohärente Fourier-Ptychographie

Wenn räumlich inkohärente Beleuchtung in der Fourier-Ptychographie eingesetzt wird, bringt eine schräge Beleuchtung im Vergleich zur horizontalen Beleuchtung keine neuen Informationen. Bei räumlich inkohärenter Abbildung werden nicht mehr die komplexen Amplituden der Abbildung, sondern ihre Intensitäten analysiert. Die Intensitäten der Abbildung im Ortsraum entsprechen einer Faltung zwischen den Intensitäten des abzubildenden Objekts und dem Amplitudenquadrat der Punktbildfunktion (siehe Gleichung (3.34)).

$$|u_i(x, y)|^2 = |u_o(x, y)|^2 * |h(x, y)|^2 \quad (3.34)$$

Das Winkelspektrum im Frequenzraum lautet:

$$\mathcal{F}\{|u_i(x, y)|^2\} = \mathcal{F}\{|e^{j\varphi_0} \cdot e^{j2\pi(x\varphi_\xi + y\varphi_\eta)} \cdot u_o(x, y)|^2\} \cdot \mathcal{F}\{|h(x, y)|^2\} \quad (3.35)$$

bzw.

$$\mathcal{I}_i(f_X, f_Y) = \mathcal{I}_o(f_X, f_Y) \cdot \mathcal{H}(f_X, f_Y). \quad (3.36)$$

Dies zeigt, dass der Phasenkeil ($\varphi_\xi, \varphi_\eta$) keine laterale Verschiebung des Fourierspektrums $\mathcal{I}_o(f_X, f_Y)$ hervorruft, d.h. auch keine Verschiebung der optischen Übertragungsfunktion $\mathcal{H}(f_X, f_Y)$ in Abb. 2.12 (b1) und (b2).

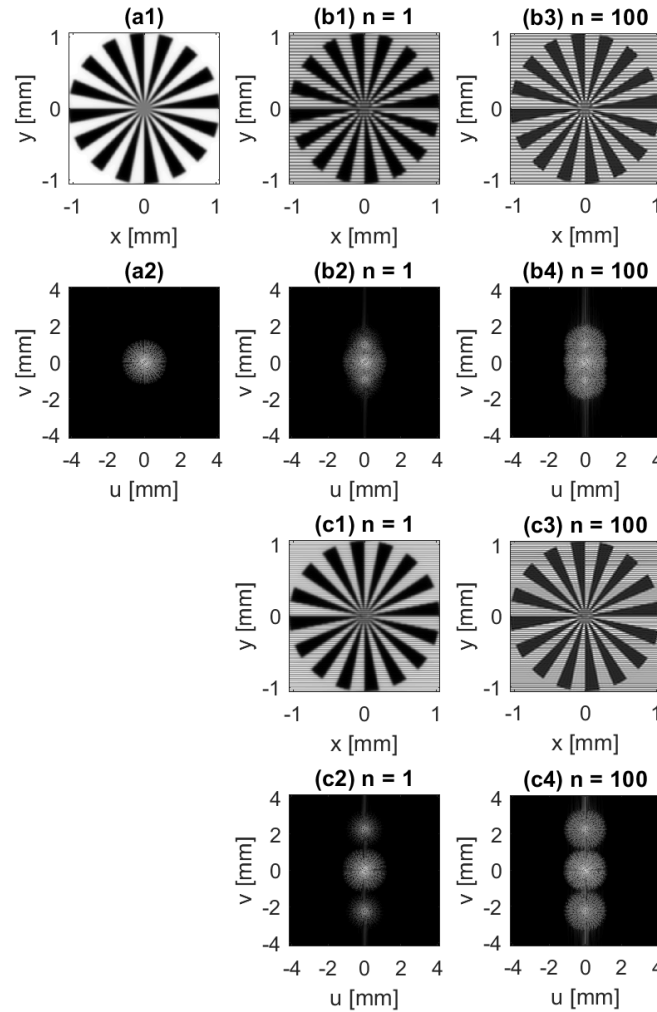


Abb. 3.28: Einfluss der Frequenz der strukturierten Beleuchtung auf die Rekonstruktion mittels des iFP-Algorithmus: (a1)-(a2) Intensitäten einer niedrigaufgelösten Abbildung und der Betrag des entsprechenden Fourierspektrums. (b1)-(b4) Rekonstruktion bei Überlagerung periodischer sinusförmiger strukturierter Beleuchtung mit der Frequenz $f_{sBel} = 1,5f_0$. (c1)-(c4) Rekonstruktion bei Überlagerung periodischer sinusförmiger strukturierter Beleuchtung mit der Frequenz $f_{sBel} = 3,5f_0$.

Die inkohärente Fourier-Ptychographie (iFP), die auf der strukturierten Beleuchtung beruht, heißt auch musterbeleuchtete Fourier-Ptychographie. Durch die Überlagerung der strukturierten Beleuchtung mit dem Objekt entsteht ein Moiré-Muster, dessen

Perioden größer als die Perioden sowohl der strukturierten Beleuchtung als auch des Objekts sind [72–74]. So können die hohen Frequenzen des Objekts durch das Moiré-Muster zum niedrigen Frequenzbereich verschoben werden. Dadurch werden die hohen Frequenzen des Objekts durch das optische System erfassbar. Die Auswahl der Frequenz der strukturierten Beleuchtung beeinflusst den rekonstruierten Bereich des Fourierpektrums. Abb. 3.28 stellt den Einfluss der Frequenz der strukturierten Beleuchtung auf den rekonstruierten Siemensstern dar, wobei n die Iterationsnummer des iFP-Algorithmus bezeichnet. Die periodischen sinusförmigen Strukturen der Beleuchtung stehen parallel zur x -Achse bzw. senkrecht zur y -Achse des Siemenssterns und sie überlagern sich. Die Frequenz der strukturierten Beleuchtung für (b) beträgt $f_{sBel} = 1,5f_0$, während für (c) $f_{sBel} = 3,5f_0$, wobei f_0 die Grenzfrequenz desselben optischen Abbildungssystems unter räumlich kohärenter Beleuchtung darstellt und der numerischen Apertur entspricht. Die Frequenz der Beleuchtung f_{sBel} führt zur Vergrößerung der Grenzfrequenz um f_{sBel} in der Fourierebene, somit wird die optische Auflösung des räumlich inkohärenten Abbildungssystems erhöht. Um das Fourierpektrum kontinuierlich zu verbreitern, können unterschiedliche Perioden eingesetzt werden. Eine Rotation der Beleuchtung um die optische Achse sorgt für die Verbreiterung des Spektrums in mehreren Richtungen im Fourierraum.

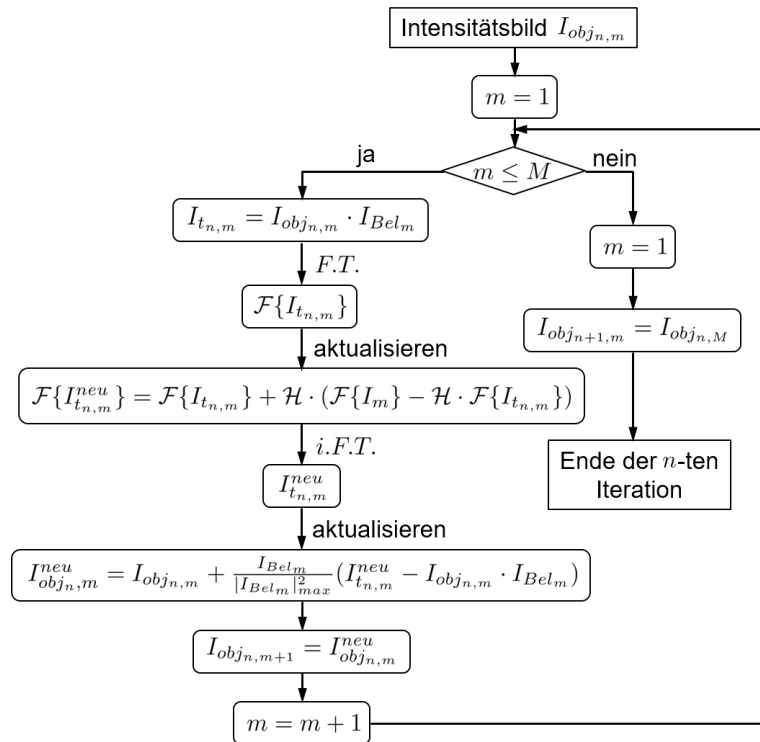


Abb. 3.29: Schematische Darstellung der n -ten Iteration des iFP-Algorithmus

Der iFP-Algorithmus [10–12] kann für die Rekonstruktion eines hochaufgelösten Intensitätsbildes eingesetzt werden. Dabei werden die Informationen zwischen dem Ortsraum und dem Frequenzraum iterativ gewechselt. Als Ausgangspunkt kann eines der von den M aufgenommenen niedrigaufgelösten Intensitätsbilder I_m ($m = 1, 2, \dots, M$)

als die Schätzung $I_{obj_{n=1,m=1}}$ des hochaufgelösten Intensitätsbildes herangezogen werden. Die n -te Iteration des Algorithmus ist in Abb. 3.29 dargestellt. Die Schätzung $I_{obj_{n,m}}$ wird mit der strukturierten Beleuchtung I_{Bel_m} multipliziert:

$$I_{t_{n,m}} = I_{obj_{n,m}} \cdot I_{Bel_m}. \quad (3.37)$$

Nach der Fourier-Transformation von $I_{t_{n,m}}$ wird das Fourierpektrum aktualisiert (siehe Gleichung (3.38)). Dabei wird das aufgenommene Intensitätsbild I_m verwendet.

$$\mathcal{F}\{I_{t_{n,m}}^{neu}\} = \mathcal{F}\{I_{t_{n,m}}\} + \mathcal{H} \cdot (\mathcal{F}\{I_m\} - \mathcal{H} \cdot \mathcal{F}\{I_{t_{n,m}}\}). \quad (3.38)$$

Anschließend wird $\mathcal{F}\{I_{t_{n,m}}^{neu}\}$ durch die inverse Fourier-Transformation zurück im Ortsraum als $I_{t_{n,m}}^{neu}$ berechnet, um $I_{obj_{n,m}}$ zu aktualisieren:

$$I_{obj_{n,m}}^{neu} = I_{obj_{n,m}} + \frac{I_{Bel_m}}{|I_{Bel_m}|_{max}^2} \cdot (I_{t_{n,m}}^{neu} - I_{obj_{n,m}} \cdot I_{Bel_m}). \quad (3.39)$$

Danach wird $I_{obj_{n,m}}^{neu}$ als die neue Schätzung $I_{obj_{n,m+1}} = I_{obj_{n,m}}^{neu}$ für den nächsten Schritt, der dem $(m+1)$ -ten aufgenommenen Intensitätsbild I_{m+1} entspricht, eingesetzt. Nachdem alle M niedrigaufgelösten Intensitätsbilder in der n -ten Iteration verwendet wurden, bekommt man ein hochaufgelöstes Intensitätsbild des Objekts $I_{obj_{n+1,m}}$ als Anfangsschätzung für die $(n+1)$ -te Iteration.

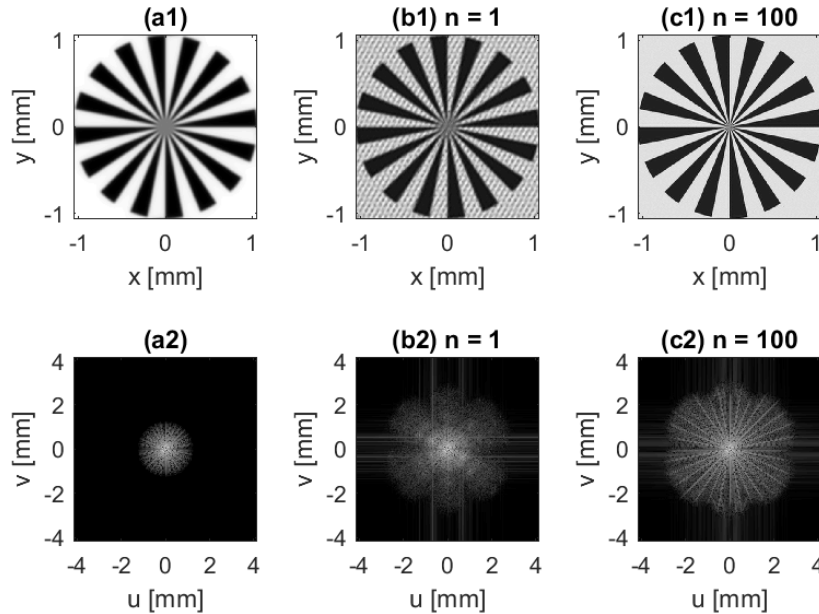


Abb. 3.30: Rekonstruktion hochaufgelöster Intensitätsbilder mittels des iFP-Algorithmus: Ein Intensitätsbild (a1) einer niedrigaufgelösten Abbildung und der Betrag des entsprechenden Fourierpektrums (a2). (b1)-(c2) Intensitätsbilder der rekonstruierten hochaufgelösten Abbildungen und Beträge der entsprechenden Fourierpektren.

Abb. 3.30 stellt eine simulative Rekonstruktion mittels des Algorithmus dar. Für die Rekonstruktion sind drei Frequenzen ($1,2f_0$ und $2,2f_0$ sowie $3,2f_0$) und jeweils 6 Rotationen der strukturierten Beleuchtungen eingesetzt. Das optische System ist als beugungsbegrenzt und fehlerfrei angenommen. Abb. 3.30 (c) zeigt, dass das rekonstruierte Intensitätsbild nach $n = 100$ Iterationen eine erhöhte Auflösung als (a) und eine verbesserte Bildqualität als (b) hat.

3.5 Zusammenfassung des Kapitels und Schlussfolgerung

Ziel dieses Kapitel ist es, das Verständnis für die Methodik und Grenzen der sog. Fourier-Ptychographie zur Erhöhung der optischen Auflösung in Intensitätsbildern zu erweitern. Die Fourier-Ptychographie verwendet ein konventionelles Mikroskop. Der Schwerpunkt liegt dabei auf dem Beleuchtungssystem. Durch den Einsatz eines LED-Arrays in der kohärenten Fourier-Ptychographie (kFP) oder den Einsatz der strukturierten Beleuchtung in der inkohärenten Fourier-Ptychographie (iFP) kann die beugungsbegrenzte Fourierebene mittels passenden Phasenrückgewinnungsalgorithmen rechnerisch erweitert werden. Das erweiterte Fourierspektrum entspricht einer Abbildung mit erhöhter Auflösung.

Neben der theoretischen Analyse des Prinzips der kFP und des Prinzips der iFP mit einem $4f$ -Abbildungssystem wurden drei Phasenrückgewinnungsalgorithmen überprüft: der kFP-Algorithmus, der EPRY-FPM-Algorithmus und der iFP-Algorithmus. Der kFP-Algorithmus und der EPRY-FPM-Algorithmus wurden vergleichend gegenübergestellt. Mittels des Prinzips der Fourier-Ptychographie und den entsprechenden Phasenrückgewinnungsalgorithmen können Intensitätsbilder eines Amplitudenobjekts mit erhöhter Auflösung rekonstruiert werden. Anhand der Theorie der optischen Abbildung wurde in diesem Kapitel mathematisch gezeigt, dass ein LED-Array in einem räumlich inkohärenten Abbildungssystem keine lateralen Verschiebungen des Fourierspektrums des Amplitudenquadrates des Objekts in der Fourierebene hervorruft und deswegen in der iFP nicht einsetzbar ist. Im Vergleich dazu ruft ein LED-Array in einem räumlich kohärenten Abbildungssystem laterale Verschiebungen des Fourierspektrums des Objekts hervor. Die individuelle sequenzielle Schaltung einzelner LEDs des LED-Arrays in der kFP hilft bei dem Einsammeln unterschiedlicher niedrigauflöster Intensitätsbilder, welche unterschiedlichen Teilspektren des gesamten Fourierspektrums des Amplitudenobjekts entsprechen. Mittels des kFP-Algorithmus oder des EPRY-FPM-Algorithmus werden die niedrigauflösten Abbildungen im Ortsraum und ihre Winkelspektren im Frequenzraum iterativ ausgetauscht und die Teilspektren zusammengesetzt. Während der Konvergenz des verbreiterten Fourierspektrums wird ein hochauflöstes Intensitätsbild rekonstruiert. Mittels des Prinzips der kFP wurde es sich in diesem Kapitel auf das Design des Beleuchtungssystems für die kFP konzentriert und zwei Beleuchtungskonzepte wurden vorgeschlagen. Sowohl in der planaren als auch

der kugelförmigen Anordnung der Beleuchtungssysteme werden Faser und Linsen eingesetzt, die für eine räumlich kohärente Beleuchtung auf dem Objekt sorgen. In der Praxis können die Intensitäten aus verschiedenen LEDs inhomogen und unterschiedlich sein und es gibt im Beleuchtungssystem Wellenaberrationen. Sie beeinflussen nicht nur die Qualität der einzelnen aufgenommenen Intensitätsbilder, sondern zerstören auch die Konsistenz des Fourierspektrums in den Überlappungsbereichen. Dadurch wird die Qualität des rekonstruierten Intensitätsbildes verschlechtert. Die Beseitigung der Fehlerquellen des Beleuchtungssystems wurde diskutiert. Eine grundsätzliche Lösung für dieses Problem steht noch aus. Die kFP ist eine computerunterstützte Methode zur Auflösungserhöhung. Eine gleichzeitige Einschaltung aller LEDs in der Praxis ohne rechnerischer Bildverarbeitung resultiert in einer Überlappung der Teilspektren. Eine Auflösungserhöhung der optischen Abbildung kann auf diese Weise jedoch nicht erreicht werden, da die numerische Apertur des optischen Systems nicht verbreitert wird.

Für die kFP soll weiterhin versucht werden, die Einflüsse der in diesem Kapitel genannten Fehlerquellen auf die Qualität der rekonstruierten Intensitätsbilder, quantitativ bzw. mathematisch zu beschreiben. Somit kann eine Obergrenze der Fehler anhand der Anforderung der Rekonstruktion bestimmt werden. Ferner soll es untersucht werden, ob die Fehlauseinrichtung durch iterative rechnerische Vergleiche der Überlappungsbereiche nebeneinanderstehender Teilspektren minimiert werden kann. Außerdem können der Einfluss der Größe des Überlappungsbereichs der Teilspektren und der Einfluss der Reihenfolge beim Zusammensetzen der Teilspektren auf die Konvergenz der Rekonstruktion untersucht werden. Schließlich muss ein schneller Wechsel der eingeschalteten LED sowie eine schnelle Bildaufnahme und eine anschließende Bildrekonstruktion automatisiert werden.

Die Auflösungserhöhung der Fourier-Ptychographie basiert auf der rechnerischen Vergrößerung der numerischen Apertur der optischen Systeme. Sie kann umfangreiche Verwendung in der Bildverarbeitung finden und insbesondere in der Biomedizin und der klinischen Diagnostik, z.B. die hochauflösende Erkennung von Zellen, Viren, Bakterien usw. Das Prinzip des Zusammensetzens der Teilspektren in der Fourier-Ptychographie kann für die Auflösungserhöhung des digitalen Hologramms angewendet werden. In ähnlicher Weise sollen hochaufgelöste Bilder mittels der rechnerischen komplexen Amplituden des erweiterten Fourierspektrums rekonstruiert werden. Zusätzlich ist es aus der Theorie der Fourieroptik verständlich, dass die laterale Verschiebung des Fourierspektrums in der Fourierebene aufgrund des Einbringens eines Phasenkeils durch eine schräge Beleuchtung in der Objektebene entsteht. Falls verschiedene bestimmte Phasenkeile in die Fourierebene eingebracht werden können, sollten einige gleiche Intensitätsbilder gleichzeitig in der Bildebene betrachtet werden können. Dies birgt interessantes Potential in der optischen Lithographie für eine zeitsparende Reproduktion mehrerer Strukturen an unterschiedlichen Stellen auf demselben Wafer.

4 Der Lau-Effekt für optische Lithographie

In der optischen Lithographie wird Licht als Schreibmaterial für die Strukturierung auf dem lichtsensitiven Fotolack verwendet. Optische Phänomene, z.B. Interferenzstreifen des Youngschen Doppelspaltversuchs und die Selbstabbildungen des Talbot-Effekts wurden bereits zur Erzeugung periodischer Strukturen in der optischen Lithographie eingesetzt [13–16, 75]. Dafür wird der Laser aufgrund seiner hohen Kohärenzeigenschaften als Lichtquelle verwendet. Bei dem Talbot-Effekt wird ein Gitter durch kollimierte ebene Wellen bzw. eine räumlich kohärente Beleuchtung beleuchtet, dann entstehen hinter dem Gitter seine Selbstabbildungen mit unterschiedlichen Abbildungsmaßstäben. Sie können für die Lithographie auf planare Oberfläche projiziert werden. Die Beleuchtung mit Freiform-Wellenfronten [76], die durch die Modulation eines Phasenobjekts erzeugt werden können, ruft Verschiebungen und Intensitätsänderungen sowie Änderung der Perioden der Selbstabbildungen hervor, sodass eine Projizierung periodischer Intensitätsverteilungen auf gekrümmten Oberflächen ermöglicht wird. Ein Nachteil der Verwendung des Lasers ist das Auftreten des Speckle-Effekts [77, 78], das die Rauheit der Strukturen hervorrufen kann. Die Benutzung einer räumlich inkohärenten Beleuchtung, z.B. eine ausgedehnte LED, kann Speckle vermeiden. Für die Modulation der Beleuchtung kann ein weiteres Gitter eingebracht werden. Mit einer LED, zwei Gittern und einer Linse geht unsere Untersuchung in Richtung des Lau-Effekts. In diesem Kapitel wird versucht, ein anderes optisches Phänomen bzw. den Lau-Effekt in die optische Lithographie auf sowohl planare als auch gekrümmte Oberflächen einzusetzen.

Der Lau-Effekt wurde im Jahr 1948 von dem deutschen Physiker Ernst Lau entdeckt [79], der in seinem Versuchsaufbau zwei parallel zueinander stehende identische grobe Liniengitter mittels räumlich inkohärenter Lichtquellen beleuchtete. Bei bestimmten Abständen zwischen den zwei Liniengittern waren in unendlicher Entfernung scharfe Streifen zu beobachten. Neben diesen scharfen Streifen waren auch Farbsäume zu erkennen, wenn die Beleuchtung des Versuchsaufbaus ein breites Spektrum enthielt.

Verschiedene mathematischen Modellierungen des Lau-Effekts und die entsprechenden Experimente werden jeweils erstellt und durchgeführt. Beim Versuchsaufbau zum Lau-Effekt wird eine Sammellinse eingesetzt und hinter dem zweiten Gitter platziert. Die bildseitige Brennweite der Linse entspricht der unendlichen Entfernung bzw. der Beobachtungsebene. J. Jahns und A.W. Lohmann leiteten die eindimensionale mathematische Beschreibung des Lau-Effekts anhand der skalaren Beugungstheorie ab. Die

in der Beobachtungsebene erfasste Intensität wird durch die Kreuzkorrelation zwischen dem Amplitudenquadrat des ersten Gitters und dem Amplitudenquadrat der Fresnel-Propagation des zweiten Gitters beschrieben [80]. R. Sudol und B. J. Thompson interpretierten den Lau-Effekt mit der Kreuzspektraldichtefunktion [81]. S. Jutamulia verwendete den geometrischen Ansatz [82]. L. Liu, J. Tu und L. Zhan nutzten die wechselseitige Intensität, um den Einfluss der räumlichen Kohärenzeigenschaften der Beleuchtung auf die Intensitätsverteilung in der Beobachtungsebene zu untersuchen. Dieser Einfluss spiegelte sich in der Veränderung der Intensitätsverteilungen in der Beobachtungsebene deutlich wieder, wobei eine relative laterale Verschiebung der zwei Gitter eingestellt wurde [83, 84]. Die räumlichen Kohärenzeigenschaften der Beleuchtung können nicht nur durch die Einstellung der Aperturblende [83, 84], sondern auch durch die Einsetzung von Streuscheiben kontrolliert werden [85–91]. Liu untersuchte auch den Lau-Effekt mit Laserlicht bzw. einem Gaußschen Strahlbündel [92].

Bisher ist die eindimensionale mathematische Beschreibung des Lau-Effekts anhand der skalaren Beugungstheorie abgeleitet [80]. Auch auf der Basis der skalaren Beugungstheorie werden hier zweidimensionale mathematische Beschreibungen des Lau-Effekts erstellt. Sie dienen zu Simulationen mittels MATLAB, welche Hinweise für die Auswahl passender Parameter für die optische Lithographie geben. In diesem Kapitel wird zuerst die Lichtpropagation im Lau-Versuchsaufbau unter räumlich kohärenter Beleuchtung untersucht. In der Beobachtungsebene erscheinen keine Lau-Streifen, sondern nur Beugungsordnungen. Daneben wird auch der Einfluss der lateralen Verschiebung des zweiten Gitters auf die Lau-Streifen untersucht. Anschließend werden die Beugungsordnungen aus unterschiedlichen Beleuchtungswinkeln simulativ überlagert, womit wir zur räumlich inkohärenten Beleuchtung übergehen. Unter räumlich inkohärenter Beleuchtung erzielen wir die Lau-Streifen, die unter Berücksichtigung der Typen und Parameter der Gitter sowie des Abstands zwischen den beiden Gittern diskutiert werden. Anschließend setzen wir ein LED-Array in den Versuchsaufbau ein. Da das LED-Array eine höhere optische Leistung bietet als eine einzelne LED, kann die Belichtungszeit in der Lithographie reduziert werden. Als Vorletztes wird die dreidimensionale (3D) Intensitätsfeldverteilung hinter der Fourierlinse, insbesondere um die Beobachtungsebene herum, mathematisch abgeleitet, simuliert und messtechnisch erfasst. Abschließend werden die Lau-Streifen in die optische Lithographie eingesetzt.

4.1 Räumlich kohärente Beleuchtung

Der konventionelle Versuchsaufbau zum Lau-Effekt besteht aus einer räumlich inkohärenten Beleuchtung, zwei identischen Rechteckamplitudengittern, einer Sammellinse und einer Beobachtungsebene. Die Beobachtungsebene liegt in der bildseitigen Brennweite der Linse. In diesem Unterkapitel wird die räumlich inkohärente Beleuchtung durch die räumlich kohärente Beleuchtung ersetzt. Somit entspricht die Lichtpropagation hinter dem ersten Gitter dem Talbot-Effekt [93–98], der Verwendung in sowohl der optischen Lithographie [13–16] als auch der Messtechnik [99, 100] finden kann. Es

wird untersucht, wie sich die Intensitätsverteilung in der Beobachtungsebene jeweils verändert, wenn der Beleuchtungswinkel verändert wird oder wenn die Gitter relativ lateral verschoben werden.

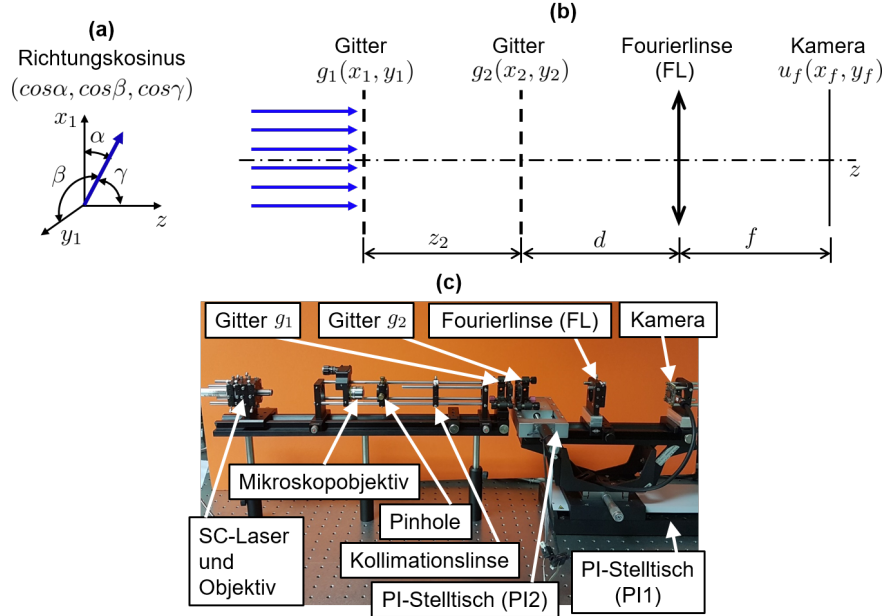


Abb. 4.1: Einsatz der räumlich kohärenten Beleuchtung im Lau-Versuchsaufbau: (a) Richtungskosinus der kohärenten Beleuchtung. (b) Schematischer Versuchsaufbau. (c) Experimenteller Versuchsaufbau.

Abb. 4.1 stellt den schematischen und den experimentellen Versuchsaufbau mit räumlich kohärenter Beleuchtung dar. Die Lichtquelle ist ein SC-Laser (SuperK Extreme und SuperK Select) mit einer ausgewählten Wellenlänge 570nm und einer spektralen Bandbreite von ca. 15nm . Das Licht aus dem Objektiv, das mit der Faser zusammengekoppelt ist, ist schon kollimiert. Der Durchmesser des Strahlbündels beträgt ca. 2mm . Durch ein afokales System, das aus einem Mikroskopobjektiv (CF, Plan, $10\times$, $0,21$, $\infty/0$, EPI, SLWD), einem Pinhole ($\varnothing 5\mu\text{m}$) und einer Kollimationslinse (Achromat ACf100) besteht, ist der Durchmesser des nahezu parallelen Strahlbündels vergrößert. Somit wird das erste Gitter (Größe: $22\text{mm} \times 22\text{mm}$) vollständig beleuchtet. Die Periode und das Tastverhältnis der beiden Rechteckamplitudengitter betragen jeweils $p = 200\mu\text{m}$ und $\delta = 15\%$. Die Intensitätskamera (UI-3882LE-M, IDS Imaging Development Systems GmbH) steht in der bildseitigen Brennweite der Fourierlinse (FL, $f=120\text{mm}$) bzw. in der Beobachtungsebene und nimmt die Intensitätsbilder auf. Für die Experimente mit anderen Lichtquellen, z.B. der Lichtquelle UV-Laser (PhotonTec Berlin GmbH, MDL-C-405nm-50mW) mit der Peak-Wellenlänge 402nm , kann sich die Brennweite bzw. die Beobachtungsebene leicht verschieben, wobei die Position der Kamera entsprechend justiert wird. Die Bildaufnahme und die Bewegungen der zwei PI-Stelltische werden durch ein selbstgeschriebenes Programm mittels LabVIEW gesteuert. Durch die axiale Verschiebung des PI-Stelltischs PI1 (M-521.DD mit dem Netz C-663.PS, Physik Instrumente (PI) GmbH & Co. KG, Karlsruhe, Deutschland) wird

der Abstand zwischen den zwei Gittern verändert. Aus der lateralen Verschiebung des PI-Stelltischs PI2 (M-150.10 mit dem Netz C-663.PS, PI GmbH & Co. KG) entlang der x_2 -Achse resultiert eine relative laterale Verschiebung der zwei Gitter.

4.1.1 Talbot-Teppich

Wir nehmen an, dass der Richtungsvektor der ebenen Welle und das erste Amplitudengitter jeweils durch Gleichung (4.1) und Gleichung (4.2) dargestellt werden.

$$\vec{e}_k = (\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma) \quad (4.1)$$

$$g_1(x_1, y_1) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m \cdot e^{j2\pi m \nu x_1} \quad (4.2)$$

Das erste Amplitudengitter steht auf der Ebene $x_1 y_1 z_1$, wobei $z_1 = 0$ ist. Dann kann das Feld unmittelbar vor dem Gitter durch Gleichung (4.3) beschrieben werden.

$$u_1(x_1, y_1, -0) = e^{j\vec{k} \cdot \vec{r}} = e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(x_1 \cos\alpha + y_1 \cos\beta + 0 \cdot \cos\gamma)} = e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(x_1 \cos\alpha + y_1 \cos\beta)} \quad (4.3)$$

Unmittelbar nach dem Gitter bzw. an der Stelle $z_1 = +0$ gilt:

$$u_1(x_1, y_1, +0) = u_1(x_1, y_1, -0) \cdot g_1(x_1, y_1) = e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(x_1 \cos\alpha + y_1 \cos\beta)} \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m \cdot e^{j2\pi m \nu x_1}. \quad (4.4)$$

Die Lichtausbreitung im Abstand $z > 0$ kann durch die Fresnel-Propagation ermittelt werden. Somit erreichen wir die mathematische Darstellung für den Talbot-Teppich mit der Gleichung (4.5) (siehe Anhang A.3).

$$\begin{aligned} u_{g_1}(x_2, y_2, z_2) &= \frac{e^{jkz_2}}{j\lambda z_2} \cdot \iint_{-\infty}^{\infty} u_1(x_1, y_1, +0) \cdot e^{\frac{j\pi}{\lambda z_2}[(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2]} dx_1 dy_1 \\ &= e^{jkz_2} \cdot e^{-\frac{j\pi}{\lambda}(\cos^2\alpha + \cos^2\beta)z_2} \cdot e^{\frac{j\pi}{\lambda}2x_2 \cos\alpha} \cdot e^{\frac{j\pi}{\lambda}2y_2 \cos\beta} \\ &\quad \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m \cdot e^{-j\pi(m\nu)^2 \lambda z_2} \cdot e^{j2\pi m \nu x_2} \cdot e^{-j\pi 2m \nu z_2 \cos\alpha} \end{aligned} \quad (4.5)$$

Die Intensitäten des Talbot-Teppichs hängen von den Koordinaten (x_2, z_2) und dem Winkel α sowie der Anzahl der betrachteten Beugungsordnungen ab. Bei den senkrecht zum Gitter einfallenden ebenen Wellen entspricht $\cos\alpha = \cos(90^\circ) = 0$. Dabei treffen die Selbstabbildungen des Gitters bei den Abständen $p^2/\lambda, 2p^2/\lambda, 3p^2/\lambda, 4p^2/\lambda, 5p^2/\lambda$,

$6p^2/\lambda, \dots$ auf. Die Selbstabbildungen entstehen durch die Überlagerung unterschiedlicher Beugungsordnungen des Gitters. Die Talbotlänge wird durch

$$Z_T = \frac{2p^2}{\lambda} \quad (4.6)$$

definiert [39, 101]. Sie hängt von der Periode des Gitters und der Wellenlänge ab. Für dasselbe Gitter mit der Periode $p = 200\mu m$ beträgt $Z_T = 140mm$ unter der Wellenlänge $570nm$, während $Z_T = 199mm$ bei der Wellenlänge $402nm$ beträgt. Bei schräger Beleuchtung bzw. $\alpha \neq 90^\circ$ entstehen sowohl laterale als auch axiale Verschiebungen des Talbot-Teppichs [102, 103].

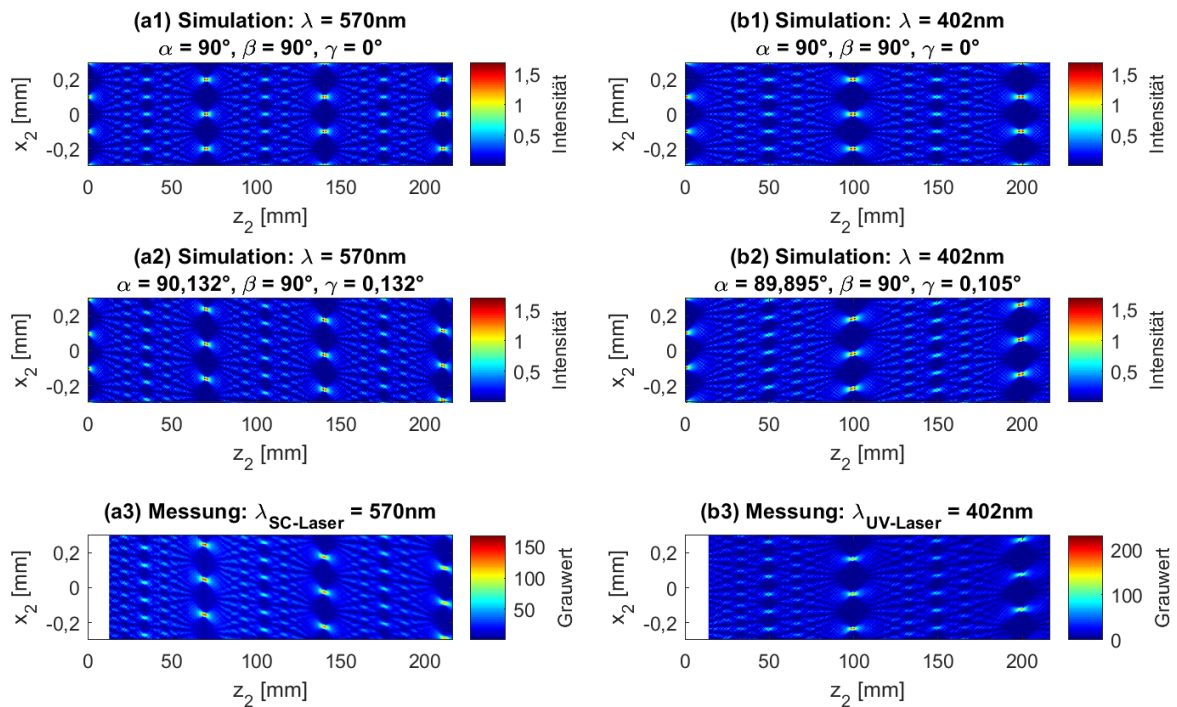


Abb. 4.2: Einfluss des Beleuchtungswinkels auf den Talbot-Teppich für zwei unterschiedliche Wellenlängen: (a1) bis (a3) Für die Wellenlänge $570nm$. (b1) bis (b3) Für die Wellenlänge $402nm$.

Abb. 4.2 stellt den Talbot-Teppich für unterschiedliche Wellenlängen und Beleuchtungswinkel dar. Für (a1) und (b1) ist die Beleuchtung parallel zur optischen Achse. Die Selbstabbildung des Gitters tritt nicht nur in seiner ganzen Talbotlänge ein, sondern auch in der Hälfte der Talbotlänge, aber mit einer lateralen Verschiebung um die Hälfte der Periode des Gitters bzw. $100\mu m$. Wenn ein zweites Transmissionsgitter in der Hälfte der Talbotlänge platziert wird, sollten seine lichtdurchlässigen Spalten an die maximalen Intensitäten der Selbstabbildung angepasst werden, um das Licht hindurch zu verbreiten. Mit der Änderung des Beleuchtungswinkels bzw. bei $\alpha \neq 90^\circ$ treffen eine auffällige laterale und eine leichte axiale Verschiebungen des Talbot-Teppichs auf-

einander (siehe Abb. 4.2 (a2) und (b2)). Diese Verschiebungen zerstören die Justage zwischen der Selbstabbildung und den Gitterlinien des zweiten Gitters. Somit wird ein Teil der Selbstabbildung mit Nicht-Null-Intensitäten durch das zweite Gitter behindert, um sich hinter ihm weiter auszubreiten. Abb. 4.2 (a3) und (b3) stellen jeweils die Messergebnisse mit dem SC-Laser und dem UV-Laser dar. Für das Experiment wird das zweite Gitter in Abb. 4.1 durch die Kamera ersetzt. Durch die Verschiebung der PI-Stelltische PI1 verändert sich der Abstand der Kamera zu dem ersten Gitter. Das experimentelle Ergebnis des Talbot-Teppichs jeweils in Abb. 4.2 (a3) und (b3) zeigt, dass der Beleuchtungswinkel nicht genau senkrecht zum dem ersten Gitter justiert ist.

Für die Simulationen in Abb. 4.2 wird die Lichtausbreitung immer von der -7 -ten bis zur $+7$ -ten Beugungsordnung des ersten Gitters berücksichtigt. Deshalb verringern sich die Intensitäten der Selbstabbildungen bei vergrößerter Entfernung nicht. Im Vergleich dazu sinken die Intensitäten der Selbstabbildungen in der Praxis oder im Experiment, denn manche Beugungsordnungen gehen während ihrer Ausbreitung für die Überlagerung verloren. Um möglichst hohe Intensitäten der Selbstabbildungen zu verwenden, kann das zweite Gitter in der Hälfte der Talbotlänge statt in der Talbotlänge aufgestellt werden. Für die Untersuchung zum Lau-Effekt in den folgenden Unterkapiteln wird das zweite Gitter so aufgestellt.

In Abb. A.1 im Anhang A.4 werden die Simulationsergebnisse der Talbot-Teppiche von 6 unterschiedlichen Gittern dargestellt, wobei die ebenen Wellen der räumlich kohärenten Beleuchtung senkrecht auf das Gitter einfallen. Sie werden für die Simulation der Lau-Streifen in Abb. 4.14 im Unterkapitel 4.3.2 verwendet. Zwar hat das Phasengitter einen konstanten Betrag, trotzdem ergeben sich für die Fresnel-Propagation der Rechteckphasengitter in vielen Abständen periodische Intensitätsverteilungen (siehe Abb. A.1 (d), (e) und (f)).

4.1.2 Beugungsordnungen

Verwendet man im Lau-Versuchsaufbau eine räumlich kohärente Beleuchtung (siehe Abb. 4.1), so ergeben sich in der Beobachtungsebene keine Lau-Streifen, sondern Beugungsordnungen. In diesem Unterkapitel wird diskutiert, wie sich die Beugungsordnungen mit der relativen lateralen Verschiebung der Gitter ändern. Dieses Ergebnis unterscheidet sich auffällig von demjenigen im Unterkapitel 4.3.2, wo eine räumlich inkohärente Beleuchtung verwendet wird.

Bei senkrecht auf das erste Gitter einfallendem Licht bzw. $\cos\alpha = 0$ und $\cos\beta = 0$ kann das Feld unmittelbar nach dem zweiten Gitter durch die Gleichung (4.7)

$$\begin{aligned}
 u_{g_1 g_2}(x_2, y_2, z_2) &= u_{g_1}(x_2, y_2, z_2) \cdot g_2(x_2, y_2; \Delta x_2) \\
 &= e^{jkz_2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m \cdot e^{-j\pi(m\nu)^2 \lambda z_2} \cdot e^{j2\pi m \nu x_2} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \cdot e^{j2\pi n \nu (x_2 - \frac{p_1}{2} - \Delta x_2)} \quad (4.7)
 \end{aligned}$$

beschrieben werden, wobei p_1 und Δx_2 jeweils die Periode der ersten Gitters und die laterale Verschiebung des zweiten Gitters sind. Die komplexen Amplituden in der Beobachtungsebene können durch die Fourier-Transformation mit zusätzlichen Phasen ähnlich Gleichung (2.30) wie folgt dargestellt werden:

$$u_f(x_f, y_f, z) = \frac{e^{jk(d+f)}}{j\lambda f} e^{j\frac{k}{2f}(1-\frac{d}{f})(x_f^2+y_f^2)} \cdot \mathcal{F}\{u_{g_1g_2}(x_2, y_2, z_2)\}. \quad (4.8)$$

Die Intensitäten der Beugungsordnungen entsprechend dem Amplitudenquadrat der Fourier-Transformation von $u_{g_1g_2}(x_2, y_2, z_2)$, die mittels MATLAB berechnet werden kann.

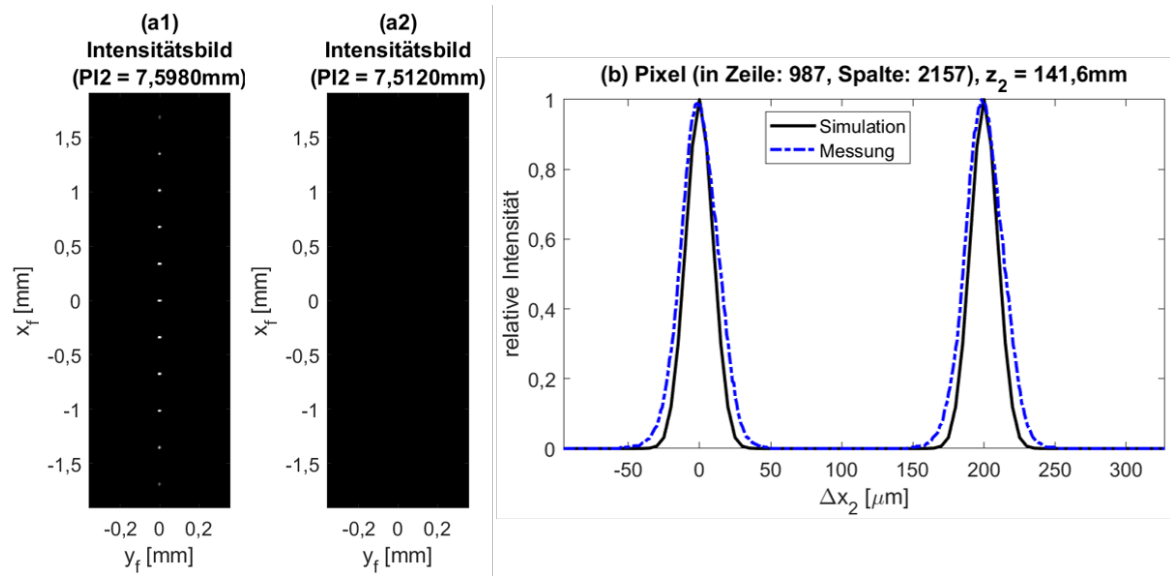


Abb. 4.3: Intensitätsänderung aufgrund lateraler Verschiebung des zweiten Gitters: (a1) Ein aufgenommenes Intensitätsbild mit auffälligen Beugungsordnungen. (a2) Ein aufgenommenes Intensitätsbild ohne Beugungsordnungen. (b) Intensitätsänderung aus einem bestimmten Pixel der 5-ten Beugungsordnung.

Im Experiment wird die relative laterale Verschiebung der Gitter durch die Verschiebung des PI-Stelltischs PI2 mit einer Schrittweite $1\mu\text{m}$ entlang der x_2 -Achse realisiert (siehe Abb. 4.1). Nach jeder Verschiebung des zweiten Gitters wird ein Intensitätsbild aufgenommen. In den Intensitätsbildern treten Beugungsordnungen auf, deren Intensitäten mit der Verschiebung variieren. Abb. 4.3 stellt zwei der aufgenommenen Intensitätsbilder dar. Für das Experiment wird der SC-Laser mit 570nm verwendet. Die Periode und das Tastverhältnis der zwei identischen Rechteckamplitudengitter sind jeweils $p_1 = p_2 = 200\mu\text{m}$ und $\delta_1 = \delta_2 = 15\%$. Somit beträgt die Breite der lichtdurchlässigen Spalte der Gitter bzw. die Breite der Gitterlinie $30\mu\text{m}$. In (a1) können Beugungsordnungen beobachtet werden, die in (a2) verschwinden. Die Intensität aus einem bestimmten Pixel der 5-ten Beugungsordnung aus jedem Intensitätsbild wird ausgewählt und ihre Änderung wird in dem Diagramm (b) dargestellt.

Mit der lateralen Verschiebung des zweiten Gitters verändert sich die Intensitätsverteilung der Beugungsordnung periodisch dreieckförmig (siehe Abb. 4.3 (b)). Die maximale Intensität tritt auf, wenn die Gitterlinien des zweiten Gitters exakt an die Gitterlinien der Selbstabbildung des ersten Gitters passen. Mit der Verschiebung des zweiten Gitters sinkt der Überlappungsbereich der Gitterlinien; somit geht immer weniger Licht durch das zweite Gitter hindurch, und die aufgenommene Intensität sinkt. Die Periode der Kurven von der Simulation und der Messung sind gleich der Periode der Gitter bzw. $200\mu m$. In jeder Periode des Simulationsergebnisses beträgt der Intensitätsbereich, in dem die Intensitäten größer als null sind, $60\mu m$. Dieser Bereich entspricht der Summe der Breiten der Gitterlinien in einer Periode beider Gitter. Im Vergleich dazu hat das Messergebnis einen größeren Intensitätsbereich. Der Grund liegt darin, dass die Breite der Selbstabbildung des ersten Gitters aufgrund der achromatischen Wellenlängen breiter als $30\mu m$ ist. Die leichte Asymmetrie der Kurve über ihrem Maximum des Messergebnisses liegt an dem Beleuchtungswinkel, der nicht präzise parallel zur optischen Achse justiert ist.

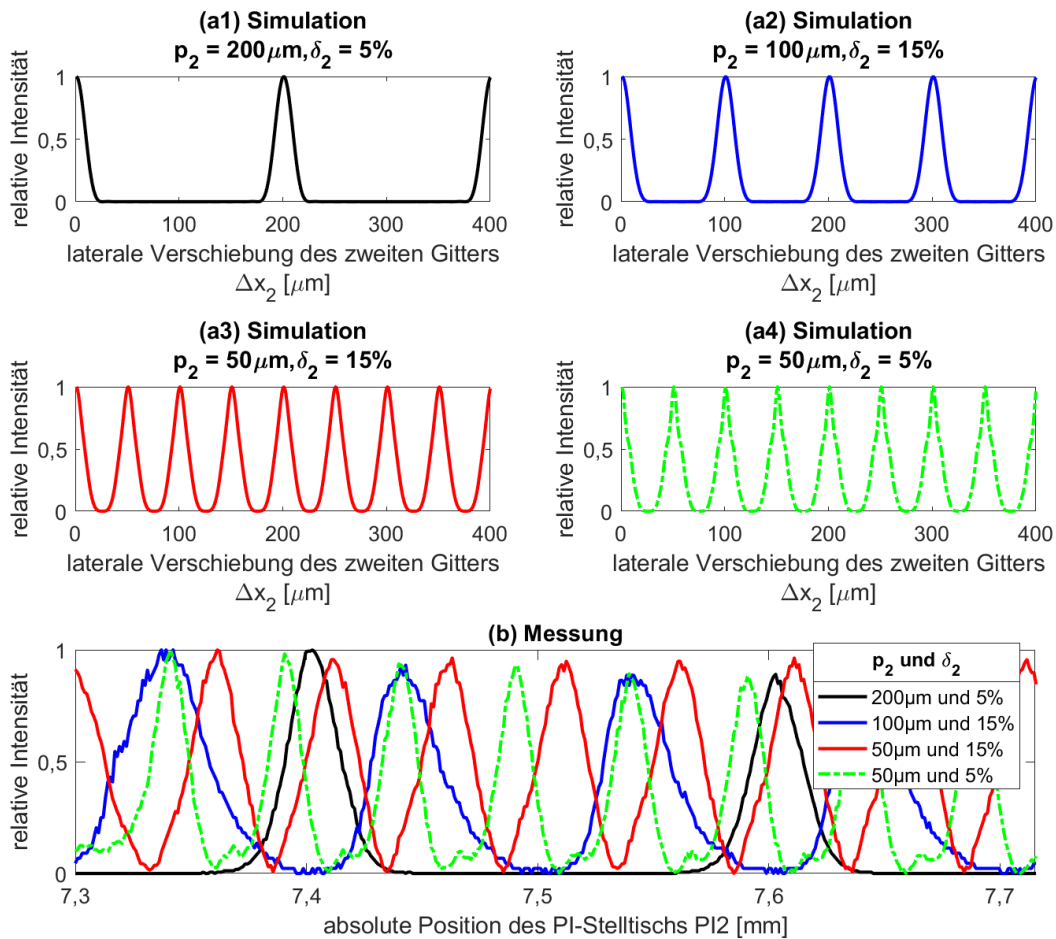


Abb. 4.4: Intensitätsänderung der Beugungsordnung aufgrund der Parameteränderung und der lateralen Verschiebung des zweiten Gitters: (a1) bis (a4) Simulationsergebnisse. (b) Messergebnisse.

Abb. 4.4 stellt die simulierte und die gemessene Intensitätsänderung desselben Punktes der 5-ten Beugungsordnung wie in Abb. 4.3 dar. Der Unterschied ist, dass das zweite Rechteckamplitudengitter verändert wird. Sowohl vom Simulationsergebnis als auch vom Messergebnis erkennen wir, dass die Periode der Intensitätsänderungskurve durch die kleinste Periode von der Selbstabbildung des ersten Rechteckamplitudengitters und dem zweiten Rechteckamplitudengitters bestimmt wird. Die Breite des Nicht-Null-Intensitätsbereichs entspricht der Summe von der Breite der Gitterlinie der Selbstabbildung des ersten Gitters und von der Breite der Gitterlinie des zweiten Gitters. In den Simulationsergebnissen (siehe (a1) bis (a4)) ist keine trapezförmige Intensitätsänderung zu sehen. Es liegt daran, dass keine präzise Rechtecke aufgrund der Simulation der Gitter nur mit der -7 -ten bis zur $+7$ -ten Beugungsordnung entstehen können.

4.2 Übergang zur räumlich inkohärenten Beleuchtung

Da wir im Unterkapitel 4.1 mit räumlich kohärenter Beleuchtung keine Lau-Streifen in der Beobachtungsebene bekommen können, werden wir nun die räumlichen Kohärenzeigenschaften der Beleuchtung verändern. Eine einfache Methode ist der Einsatz von Streuscheiben. In diesem Unterkapitel wird diskutiert, wie sich die Beugungsordnungen mit dem Einsatz einer rotierenden Streuscheibe ändern und weshalb.

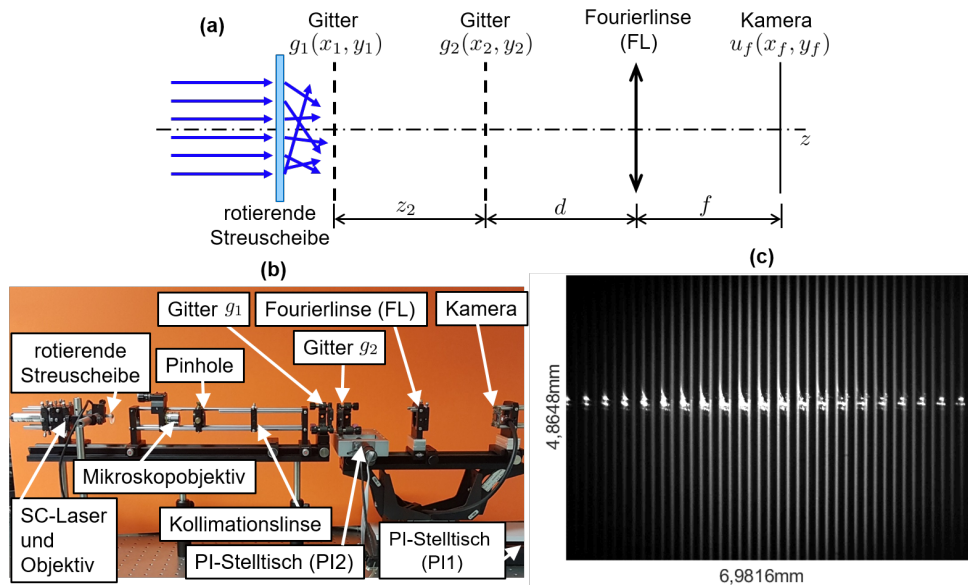


Abb. 4.5: Einsatz einer rotierenden Streuscheibe im Lau-Versuchsaufbau: (a) Schematischer Versuchsaufbau. (b) Experimenteller Aufbau. (c) Ein aufgenommenes Intensitätsbild.

Abb. 4.5 stellt den Versuchsaufbau mit einer zusätzlichen rotierenden Streuscheibe (System Nr. 24-00009, SUSS MicroOptics) und ein aufgenommenes Intensitätsbild dar.

Die rotierende Streuscheibe kann die räumliche Kohärenz der parallelen Strahlen reduzieren. Die Streuscheibe wird jeweils an einer der folgenden vier unterschiedlichen Positionen angeordnet: hinter dem SC-Laser, zwischen dem Mikroskopobjektiv und dem Pinhole, zwischen dem Pinhole und der Kollimationslinse, hinter der Kollimationslinse. Während der Rotation der Streuscheibe werden Intensitätsbilder aufgenommen. In den Intensitätsbildern sind Lau-Streifen zu erkennen. Abb. 4.5 (c) zeigt das Intensitätsbild mit dem maximalen Kontrast, wobei die rotierende Streuscheibe zwischen dem Pinhole und der Kollimationslinse steht. Weil die Streuscheibe jedoch nicht groß genug ist, um alles Licht zu bedecken, können auch störende Beugungsordnungen beobachtet werden.

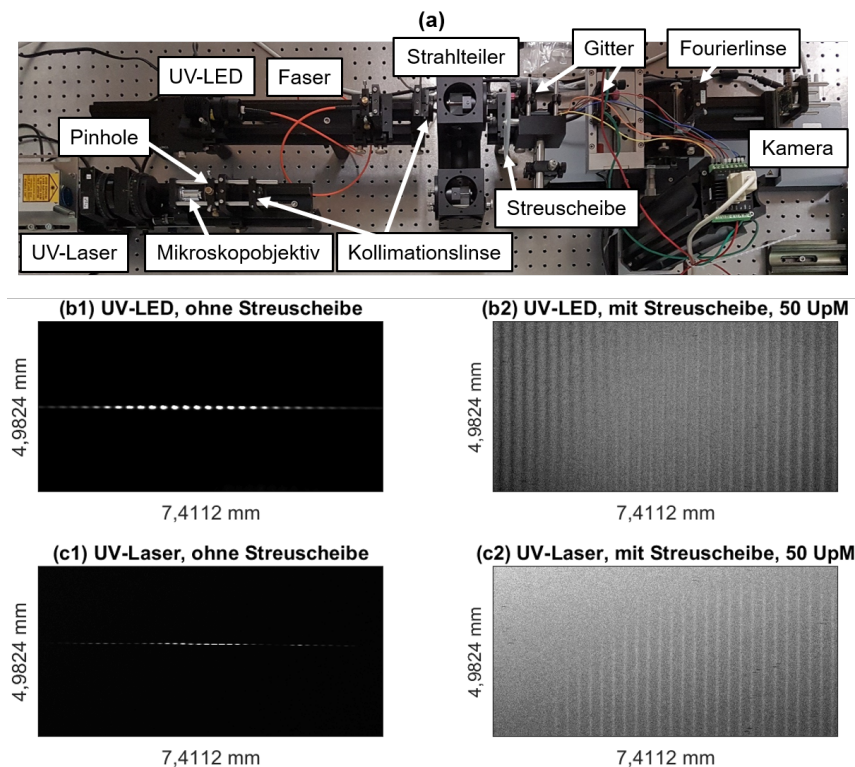


Abb. 4.6: Veränderung der Intensitätsverteilung aufgrund des Einsatzes von einer rotierenden Streuscheibe: (a) Experimenteller Versuchsaufbau. (b1) und (c1) Beugungsordnungen. (b2) und (c2) Auftreten der Lau-Streifen aufgrund des Einsatzes von der rotierenden Streuscheibe.

Abb. 4.6 stellt einen ähnlichen Versuchsaufbau wie Abb. 4.5 dar. In diesem Versuchsaufbau werden zwei andere Lichtquellen verwendet: die UV-LED (Mounted LED M405L3, Thorlabs) und der UV-Laser (MDL-C-405nm-50mW). Die rotierende Streuscheibe ($\varnothing 100\text{mm}$ mit 120er Körnung, Edmund Optics GmbH) ist groß genug, um alles darauf einfallende Licht zu bedecken. Abb. 4.6 (b1) und (c1) stellen die aufgenommenen Intensitätsbilder bzw. die Beugungsordnungen ohne den Einsatz der Streuscheibe dar. Im Vergleich dazu werden nach dem Einsatz der rotierenden Streuscheibe Lau-Streifen aufgenommen (siehe (b2) und (c2)), wobei die Streuscheibe mit einer Drehzahl von 50 Umdrehungen pro Minute (50UpM) betrieben wird. Die Streuscheibe lenkt das

darauf einfallende parallele Licht in beliebige Richtungen um. Somit wird die räumliche Kohärenz der Beleuchtung in räumliche Inkohärenz umgewandelt. Daraus folgt die Änderung von Beugungsordnungen nach Lau-Streifen. Diese Änderung kann auch durch die Überlagerung der Intensitäten unter unterschiedlichen Beleuchtungswinkeln erklärt werden. Für die Erklärung wird ein Simulationsmodell mittels MATLAB erstellt, dabei wird die typische räumlich inkohärente Beleuchtung für Mikroskopie bzw. die Köhlersche Beleuchtung verwendet.

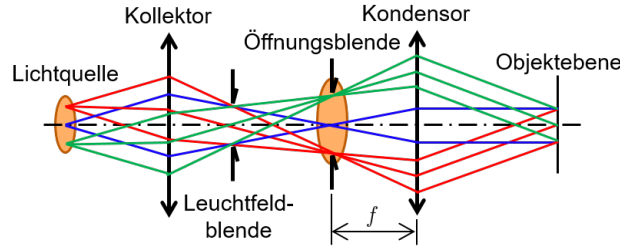


Abb. 4.7: Prinzip der Köhlerschen Beleuchtung

In der Köhlerschen Beleuchtung (siehe Abb. 4.7) wird die ausgedehnte Lichtquelle durch einen Kollektor in der objektseitigen Brennweite des Kondensors abgebildet. Jeder Punkt dieser Abbildung kann als eine Punktlichtquelle angesehen werden. Da die Abbildung der Lichtquelle sich in der objektseitigen Brennweite des Kondensors befindet, wird das Objekt durch viele ebene Wellen aus unterschiedlichen Winkeln beleuchtet. Die Leuchtfeldblende bestimmt den beleuchteten Bereich des Objekts. Für die anschließende Simulation berücksichtigen wir die Intensitäten in der Beobachtungsebene unter der räumlich kohärenten Beleuchtung mit einem variablen Beleuchtungswinkel sowie die Summation der unterschiedlichen Intensitäten.

In der Simulation wird angenommen, dass die ebene Welle eine homogene Intensität 1 und eine monochromatische Wellenlänge $\lambda = 400nm$ besitzt. Zwei identische Rechteckamplitudengitter haben die Periode $p_1 = p_2 = 200\mu m$ und das Tastverhältnis $\delta_1 = \delta_2 = 15\%$. Der Abstand zwischen den zwei Gittern beträgt die Hälfte der Talbotlänge bzw. $z_2 = p_1^2/\lambda$. Die zwei Gitter sind um die Hälfte der Periode versetzt und ihre Gitterlinien sind parallel zur y_2 -Achse. Die Brennweite der Fourierlinse beträgt $120mm$. Bei räumlich kohärenter Beleuchtung mit dem Richtungskosinus $(\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma)$ kann das Feld in der Beobachtungsebene des Lau-Versuchsaufbaus durch Gleichung (4.9) ermittelt werden.

$$\begin{aligned}
 u_f(x_f, y_f, z) &= \frac{e^{jk(d+f)}}{j\lambda f} e^{j\frac{k}{2f}(1-\frac{d}{f})(x_f^2+y_f^2)} \cdot \mathcal{F}\{u_{g_1}(x_2, y_2, z_2) \cdot g_2(x_2, y_2)\} \\
 &= \frac{e^{jk(d+f)}}{j\lambda f} e^{j\frac{k}{2f}(1-\frac{d}{f})(x_f^2+y_f^2)} \cdot \mathcal{F}\{u_{g_1}(x_2, y_2, z_2) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \cdot e^{j2\pi n\nu(x_2-\frac{p_1}{2})}\} \quad (4.9)
 \end{aligned}$$

Nach dem Einsatz von Gleichung (4.5) in Gleichung (4.9) erhält man die komplexen

Amplituden der Beugungsordnungen in der Beobachtungsebene.

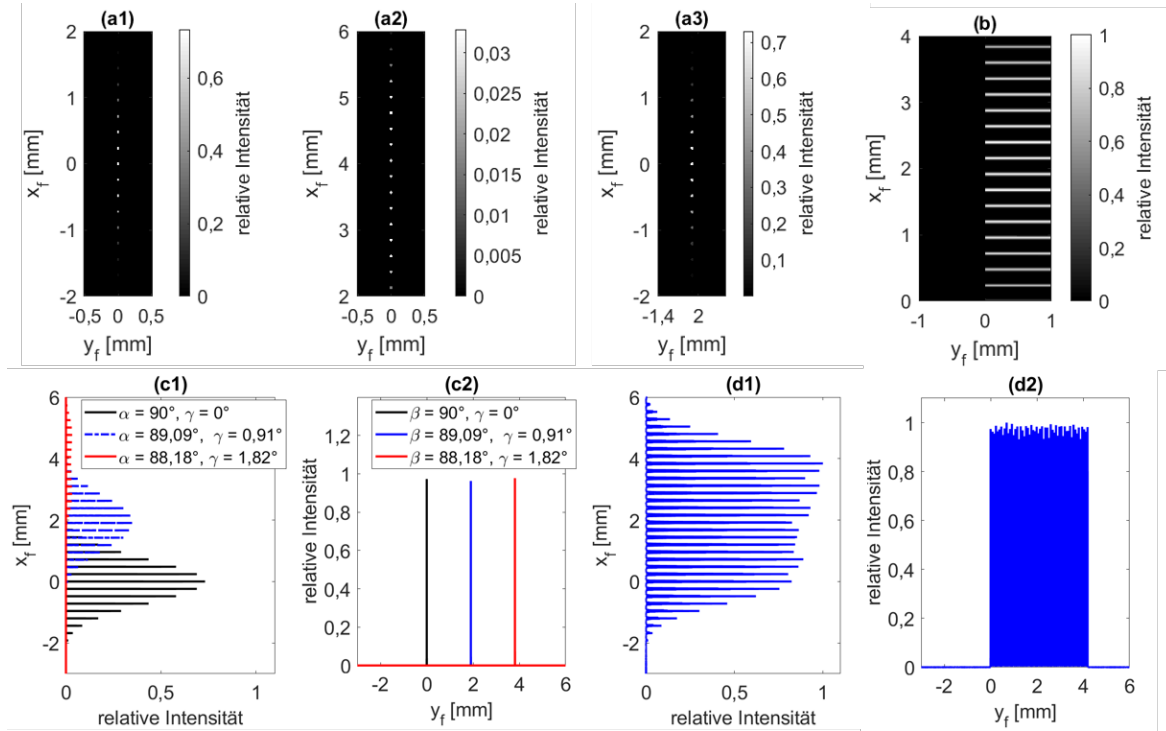


Abb. 4.8: Simulationsergebnis der Intensitäten unter verschiedenen Beleuchtungswinkeln: (a1) Ebene Wellen parallel zur optischen Achse bzw. $\alpha = 90^\circ, \beta = 90^\circ, \gamma = 0^\circ$. (a2) $\alpha = 88^\circ, \beta = 90^\circ, \gamma = 2^\circ$. (a3) $\alpha = 90^\circ, \beta = 88^\circ, \gamma = 2^\circ$. (b) Summe der Intensitäten während α und β jeweils von 90° bis 88° mit dem Winkelintervall $0,01^\circ$ variiert. (c1) Intensitäten bei $y_f = 0$ unter drei unterschiedlichen Beleuchtungswinkeln. (c2) Intensitäten bei $x_f = 0$ unter drei unterschiedlichen Beleuchtungswinkeln. (d1) Summe der Intensitäten bei $y_f = 0$ von (b). (d2) Summe der Intensitäten bei $x_f = 0$ von (b).

Abb. 4.8 stellt die Simulationsergebnisse dar. Die Intensitäten der Beugungsordnungen in (a1) bekommt man, wenn das Licht der räumlich kohärenten Beleuchtung parallel zur optischen Achse läuft. Die Darstellung (a2) zeigt neue Intensitäten mit einer lateralen Verschiebung entlang der x_f -Achse aufgrund der schrägen Beleuchtung mit $\alpha = 88^\circ, \beta = 90^\circ$ und $\gamma = 2^\circ$. Im Vergleich zu (a1) zeigt (a3) nur eine laterale Verschiebung der Beugungsordnungen entlang der y_f -Achse, die sich aus der Änderung von β und γ ergibt, $\beta = 88^\circ$ und $\gamma = 2^\circ$. Die Darstellung (b) zeigt die Summe der Intensitäten, d.h. die Streifen, die man mit einer bestimmten Anzahl von Beleuchtungswinkeln erhält. Dabei ändern sich α und β jeweils von 90° bis 88° . Die Ergebnisse in (c1) und (c2) sind die Intensitäten, die unter unterschiedlichen Beleuchtungswinkeln bei $y_f = 0$ bzw. $x_f = 0$ erzielt werden. Die Darstellung (c1) zeigt, dass unterschiedliche Winkel α und γ auch in unterschiedlichem Ausmaß zu den Intensitäten in der Beobachtungsebene beitragen. Die Darstellung (c2) zeigt offensichtlich laterale Verschiebungen der Intensität der 0-ten Beugungsordnung entlang der y_f -Achse, wenn $\alpha = 90^\circ$ ist, aber β und γ variieren. Die Bilder (d1) und (d2) zeigen die summierten Intensitäten jeweils bei $y_f = 0$

und $x_f = 0$. Wir schließen daraus, dass die Intensitäten in der Beobachtungsebene mit zunehmender Anzahl der Beleuchtungswinkel ebenfalls zunehmen und sich in x_f - und y_f -Richtung weiter ausdehnen. Außerdem werden die Streifen mit zunehmender Anzahl unterschiedlicher Beleuchtungswinkel breiter und nehmen eine dreieckförmige Intensitätsverteilung an. Um Lau-Streifen zu erhalten, muss eine räumlich inkohärente Beleuchtung, insbesondere mit verschiedenen Beleuchtungswinkeln, garantiert sein.

4.3 Räumlich inkohärente Beleuchtung

Das Addieren der Intensitäten (siehe Abb. 4.8 (b), (d1) und (d2)) ist zeitaufwändig. In diesem Unterkapitel verwenden wir die skalare Beugungstheorie auf der Basis der Analyse von J. Jahns und A.W. Lohmann [80], um den Lau-Effekt theoretisch zu beschreiben. Sowohl simulativ als auch messtechnisch werden untersucht, wie sich die Intensitäten hinter dem ersten Gitter von dem Talbot-Teppich unterscheiden, und wie sich die Lau-Streifen jeweils aufgrund der Abstandsänderung zwischen den zwei Gittern und aufgrund der lateralen Verschiebung des zweiten Gitters verändern. Die Lau-Streifen in Abhängigkeit der Gittertypen und Gitterparameter werden auch diskutiert. Der Versuchsaufbau befindet sich in Abb. 4.9. Die Lichtquelle ist die UV-LED (Mounted LED M405L3). Um homogenes Licht auf dem ersten Gitter zu realisieren, wird das Beleuchtungssystem anhand der Köhlerschen Beleuchtung aufgebaut.

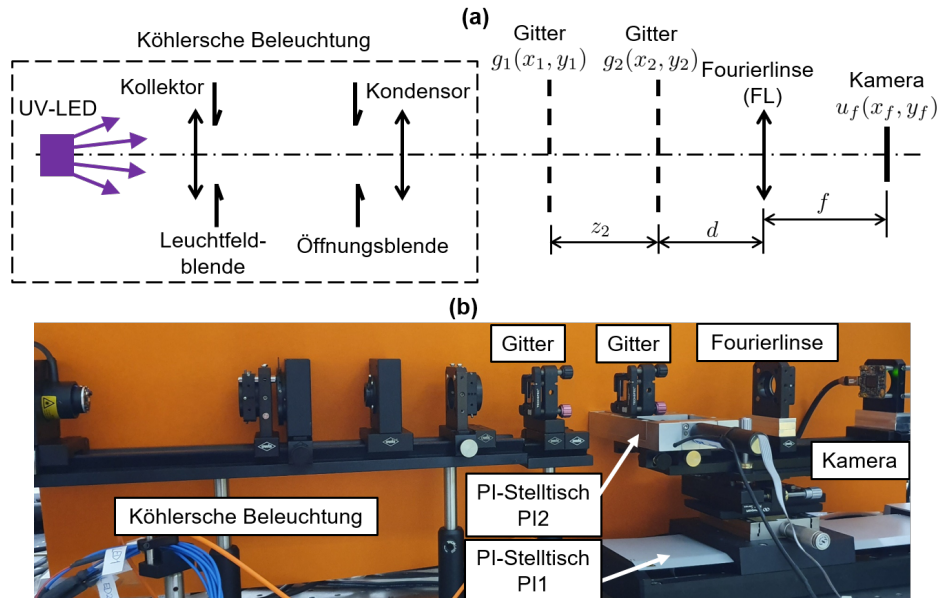


Abb. 4.9: Versuchsaufbau zum Lau-Effekt: (a) Schematischer Versuchsaufbau. (b) Experimenteller Aufbau.

Die Intensität in der Beobachtungsebene wird durch die Faltung zwischen der Intensität des Objekts und der Punktbildintensität beschrieben (siehe Gleichung (4.10)). (x'_1, y'_1)

stellt einen beliebigen Punkt des ersten Gitters dar.

$$I_\lambda(x_f, y_f) = \iint_{-\infty}^{\infty} |g_1(x'_1, y'_1)|^2 \cdot |u_\lambda(x_f, x'_1, y_f, y'_1)|^2 \cdot dx'_1 dy'_1 \quad (4.10)$$

Zunächst wird die Impulsantwort des Versuchsaufbaus $u_\lambda(x_f, x'_1, y_f, y'_1)$ berechnet, wobei das Objekt als δ -Funktion $\delta(x_1 - x'_1, y_1 - y'_1)$ beschrieben wird. Die Lichtausbreitung hinter dem ersten Gitter $g_1(x_1, y_1)$ kann durch die Fresnel-Propagation wie folgt dargestellt werden:

$$\begin{aligned} u_\lambda(x_2, x'_1, y_2, y'_1) &= \frac{e^{jkz_2}}{j\lambda z_2} \iint_{-\infty}^{\infty} \delta(x_1 - x'_1, y_1 - y'_1) e^{\frac{jk}{2z_2}[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2]} dx_1 dy_1 \\ &= \frac{e^{jkz_2}}{j\lambda z_2} e^{\frac{jk}{2z_2}[(x_2 - x'_1)^2 + (y_2 - y'_1)^2]}. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Unmittelbar nach dem zweiten Gitter beträgt das Feld $u_\lambda(x_2, x'_1, y_2, y'_1) \cdot g_2(x_2, y_2)$. Das Feld in der bildseitigen Brennweite der Fourierlinse bzw. in der Beobachtungsebene lautet (siehe Anhang A.5):

$$\begin{aligned} u_\lambda(x_f, x'_1, y_f, y'_1) &= -\frac{1}{\lambda^2 f d} e^{jk(f+2d)} e^{j\frac{k}{2f}(1-\frac{d}{f})(x_f^2 + y_f^2)} \mathcal{F}\{u_\lambda(x_2, x'_1, y_2, y'_1) \cdot g_2(x_2, y_2)\} \\ &= -\frac{e^{jkz_2}}{j\lambda^3 f d z_2} e^{jk(f+2d)} e^{j\frac{k}{2f}(1-\frac{d}{f})(x_f^2 + y_f^2)} \cdot e^{-\frac{jk}{f}x'_1 x_f} \cdot e^{-\frac{jkz_2}{2}(\frac{x_f}{f})^2} \\ &\quad \cdot e^{-\frac{jk}{f}y'_1 y_f} \cdot e^{-\frac{jkz_2}{2}(\frac{y_f}{f})^2} \cdot \hat{g}_2(x'_1 + \frac{z_2}{f}x_f, y'_1 + \frac{z_2}{f}y_f). \end{aligned} \quad (4.12)$$

Der Teil $\hat{g}_2(x'_1 + \frac{z_2}{f}x_f, y'_1 + \frac{z_2}{f}y_f)$ bezeichnet die Fresnel-Propagation von $g_2(x_2, y_2)$ zum Abstand z_2 bei dem Punkt $(x'_1 + \frac{z_2}{f}x_f, y'_1 + \frac{z_2}{f}y_f)$ auf der Beobachtungsebene $x_f y_f$, wobei das Licht der räumlich kohärenten Beleuchtung senkrecht auf das Gitter $g_2(x_2, y_2)$ einfällt. Die Intensitäten $I_\lambda(x_f, y_f)$ betragen dann:

$$\begin{aligned} I_\lambda(x_f, y_f) &= \iint_{-\infty}^{\infty} |g_1(x'_1, y'_1)|^2 \cdot |u_\lambda(x_f, x'_1, y_f, y'_1)|^2 \cdot dx'_1 dy'_1 \\ &= \frac{1}{(\lambda^3 f d z_2)^2} \iint_{-\infty}^{\infty} |g_1(x'_1, y'_1)|^2 \cdot |\hat{g}_2(x'_1 + \frac{z_2}{f}x_f, y'_1 + \frac{z_2}{f}y_f)|^2 \cdot dx'_1 dy'_1. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Die Intensitäten $I_\lambda(x_f, y_f)$ sind proportional der Kreuzkorrelation zwischen dem Amplitudenquadrat des ersten Gitters und dem Amplitudenquadrat der Fresnel-Propagation des zweiten Gitters.

4.3.1 Intensitäten hinter dem ersten Gitter

Die Intensitäten hinter dem ersten Gitter lauten:

$$\begin{aligned} I_\lambda(x_2, x'_1, y_2, y'_1) &= \iint_{-\infty}^{\infty} |g_1(x'_1, y'_1)|^2 \cdot |u_\lambda(x_2, x'_1, y_2, y'_1)|^2 \cdot dx'_1 dy'_1 \\ &= \frac{1}{(\lambda z_2)^2} \iint_{-\infty}^{\infty} |g_1(x'_1, y'_1)|^2 \cdot |e^{\frac{jk}{2z_2}[(x_2-x'_1)^2+(y_2-y'_1)^2]}|^2 dx'_1 dy'_1. \end{aligned} \quad (4.14)$$

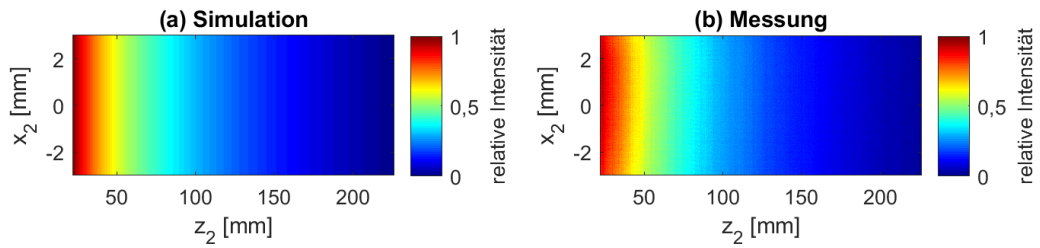


Abb. 4.10: Intensitätsverteilung hinter dem ersten Gitter: (a) Simulationsergebnis mit monochromatischem Licht $\lambda = 405\text{nm}$. (b) Experimentelles Ergebnis mit UV-LED (Mounted LED M405L3).

Abb. 4.10 stellt die simulierten und gemessenen Intensitäten hinter einem Rechteckamplitudengitter mit den Parametern $p = 200\mu\text{m}$ und $\delta = 15\%$ dar. Unterschiedlich zu dem Talbot-Teppich verschwinden die Selbstabbildungen des Gitters aufgrund der Summation der Amplitudenquadrate aller Punkte des Gitters. Die Intensitäten sinken mit der Vergrößerung der Entfernung z_2 zum Gitter.

4.3.2 Lau-Streifen

Es wurde bereits erwähnt, dass die Intensitäten der Lau-Streifen proportional der Kreuzkorrelation zwischen dem Amplitudenquadrat des ersten Gitters und dem Amplitudenquadrat der Fresnel-Propagation des zweiten Gitters sind (siehe Gleichung (4.13)). Das Amplitudengitter besitzt unterschiedliche Gebiete in jeder Periode, die unterschiedlichen Beträgen entsprechen (siehe Abb. 2.5 im Unterkapitel 2.1.6). Deshalb kann das Amplitudenquadrat des Amplitudengitters ein anderes Amplitudenquadrat modulieren. Im Vergleich dazu kann das Amplitudenquadrat eines Phasengitters ein

anderes Amplitudenquadrat nicht modulieren, weil es den konstanten Betrag 1 besitzt (siehe Abb. 2.5 im Unterkapitel 2.1.6). Zusätzlich sind die Intensitätsverteilungen der Lichtpropagation des Phasengitters anhand der Gleichung 4.14 unter räumlich inkohärenter Beleuchtung kein Talbot-Teppich, sondern sie sinken mit der Vergrößerung der Entfernung z_2 . Bei einem bestimmten z_2 entsprechen die Intensitäten auch nur einer Konstante. Deshalb kann das Phasengitter nicht als das erste Gitter benutzt werden, um Lau-Streifen zu bekommen. Aber das Phasengitter kann als das zweite Gitter im Lau-Versuchsaufbau verwendet werden. Denn die Fresnel-Propagation des Phasengitters unter räumlich kohärenter Beleuchtung bzw. der Talbot-Teppich zeigt, dass periodische Intensitätsverteilungen bei bestimmten z_2 auftreten (siehe Abb. A.1 im Anhang A.4). Solche Intensitäten und das Amplitudenquadrat eines Amplitudengitters können miteinander modulieren.

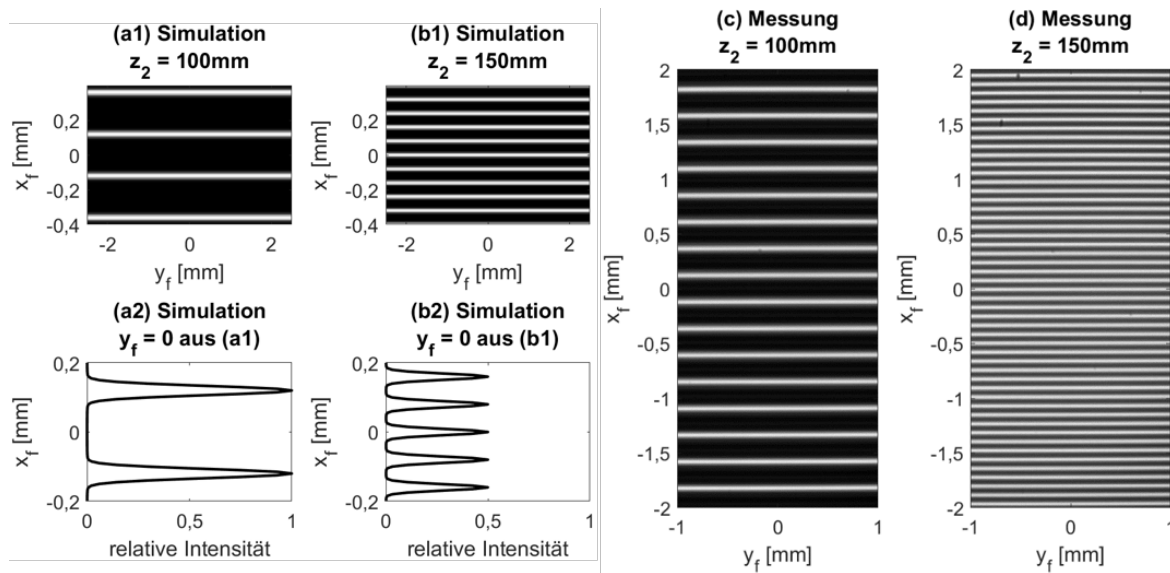


Abb. 4.11: Lau-Streifen jeweils beim Abstand $z_2 = 100\text{mm}$ und $z_2 = 150\text{mm}$: (a1) und (b1) Simulierte Intensitätsbilder jeweils beim Abstand $z_2 = 100\text{mm}$ und $z_2 = 150\text{mm}$. (a2) und (b2) Intensitäten der Lau-Streifen bei $y_f = 0$ von (a1) und (b1). (c) und (d) Aufgenommene Intensitätsbilder der Lau-Streifen jeweils beim Abstand $z_2 = 100\text{mm}$ und $z_2 = 150\text{mm}$.

Anhand der Gleichung (4.13) können die Lau-Streifen durch eine Simulation dargestellt werden (siehe Abb. 4.11 (a) und (b)). Die Perioden der Lau-Streifen hängen von dem Abstand zwischen den zwei Gittern ab. Beim Abstand $z_2 = 100\text{mm}$ und $z_2 = 150\text{mm}$ haben die Lau-Streifen aus dem Simulations- und Messergebnis periodische dreieckförmige Intensitätsverteilungen, aber unterschiedliche Perioden. Um die Unterschiede der Lau-Streifen in Abhängigkeit von z_2 deutlich zu zeigen, werden die Intensitäten aus einer bestimmten Spalte wie z.B. $y_f = 0$ von jedem Intensitätsbild zusammengesetzt und in Abb. 4.12 (a) dargestellt. Das Messergebnis ist ähnlich dem Simulationsergebnis. Wegen des breiteren Spektrums der UV-LED (Mounted LED M405L3) sind die Lau-Streifen aus der Messung jedoch breiter.

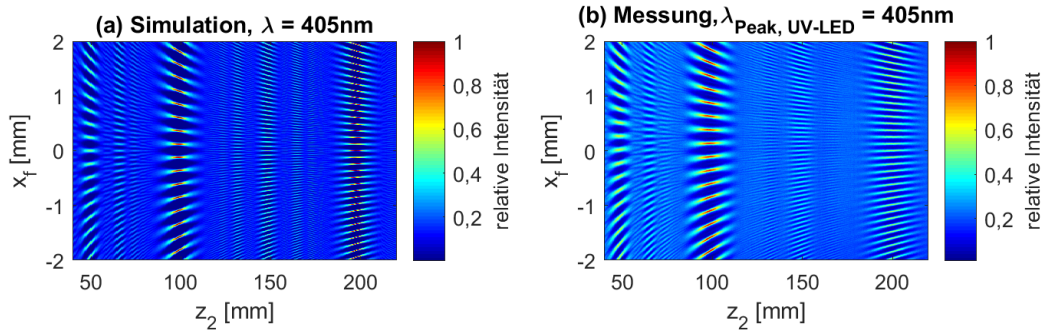


Abb. 4.12: Perioden und Intensitäten der Lau-Streifen in Abhängigkeit vom Abstand zwischen den zwei Gittern: (a) Simulationsergebnis. (b) Messergebnis.

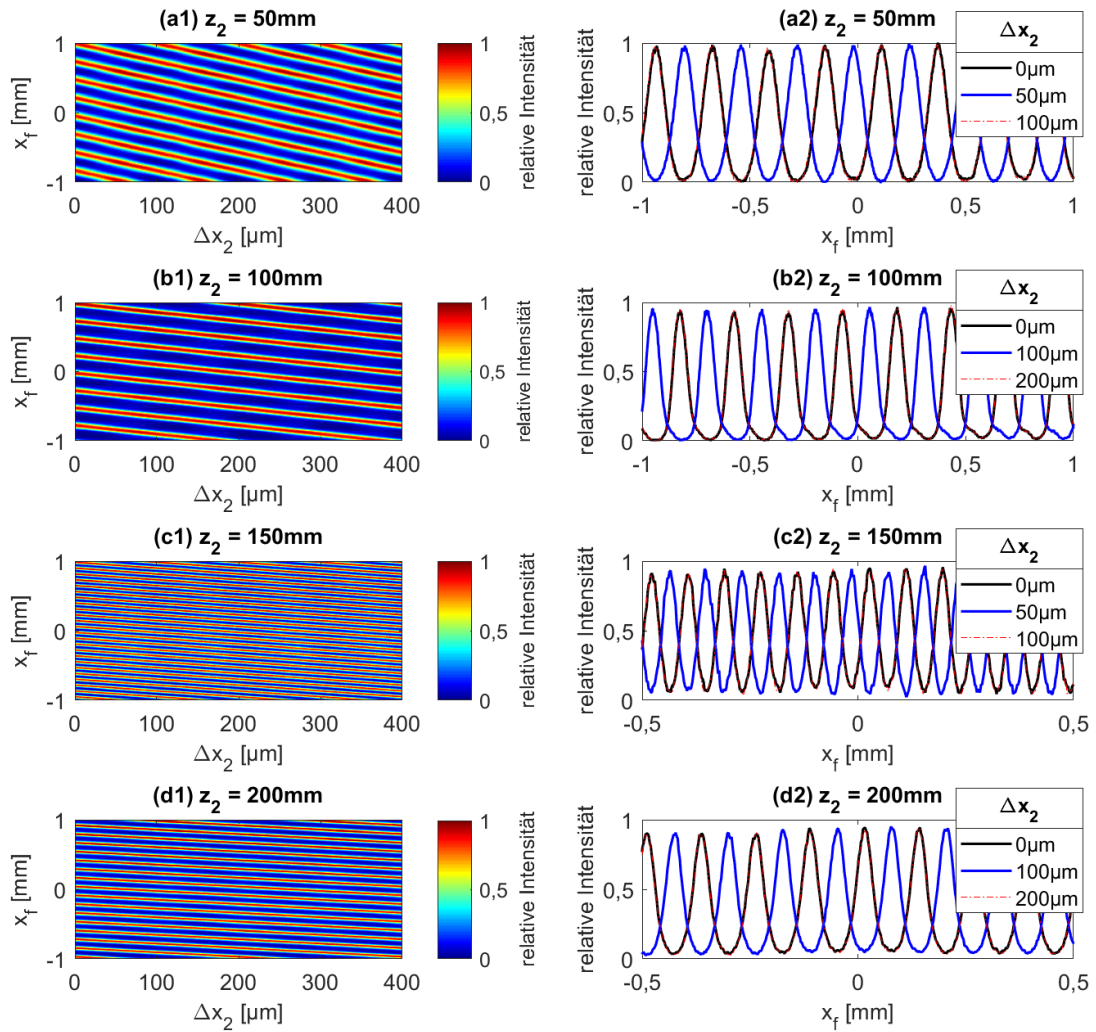


Abb. 4.13: Einfluss der lateralen Verschiebung des zweiten Gitters auf die Intensitätsänderung der Lau-Streifen: (a1) und (a2) Bei $z_2 = 50\text{mm}$. (b1) und (b2) Bei $z_2 = 100\text{mm}$. (c1) und (c2) Bei $z_2 = 150\text{mm}$. (d1) und (d2) Bei $z_2 = 200\text{mm}$.

Die Veränderung der Lau-Streifen aufgrund der lateralen Verschiebung des zweiten Gitters unterscheidet sich von derjenigen der Beugungsordnungen im Unterkapitel 4.1.2. Abb. 4.13 stellt die gemessenen Ergebnisse dar. Die zwei identischen Rechteckamplitudengitter haben die Parameter $p_1 = p_2 = 200\mu\text{m}$ und $\delta_1 = \delta_2 = 15\%$. Der Abstand z_2 zwischen den zwei Gittern wird variiert. Für (a), (b), (c), und (d) ist jeweils $z_2 = 50\text{mm}$, $z_2 = 100\text{mm}$, $z_2 = 150\text{mm}$ und $z_2 = 200\text{mm}$. Mit der lateralen Verschiebung des zweiten Gitters zeigen die Lau-Streifen in der Beobachtungsebene keine Intensitätsänderung, sondern nur eine laterale Verschiebung. Dies stimmt mit der mathematischen Beschreibung der Lau-Streifen mittels der Kreuzkorrelation überein (siehe Gleichung (4.13)).

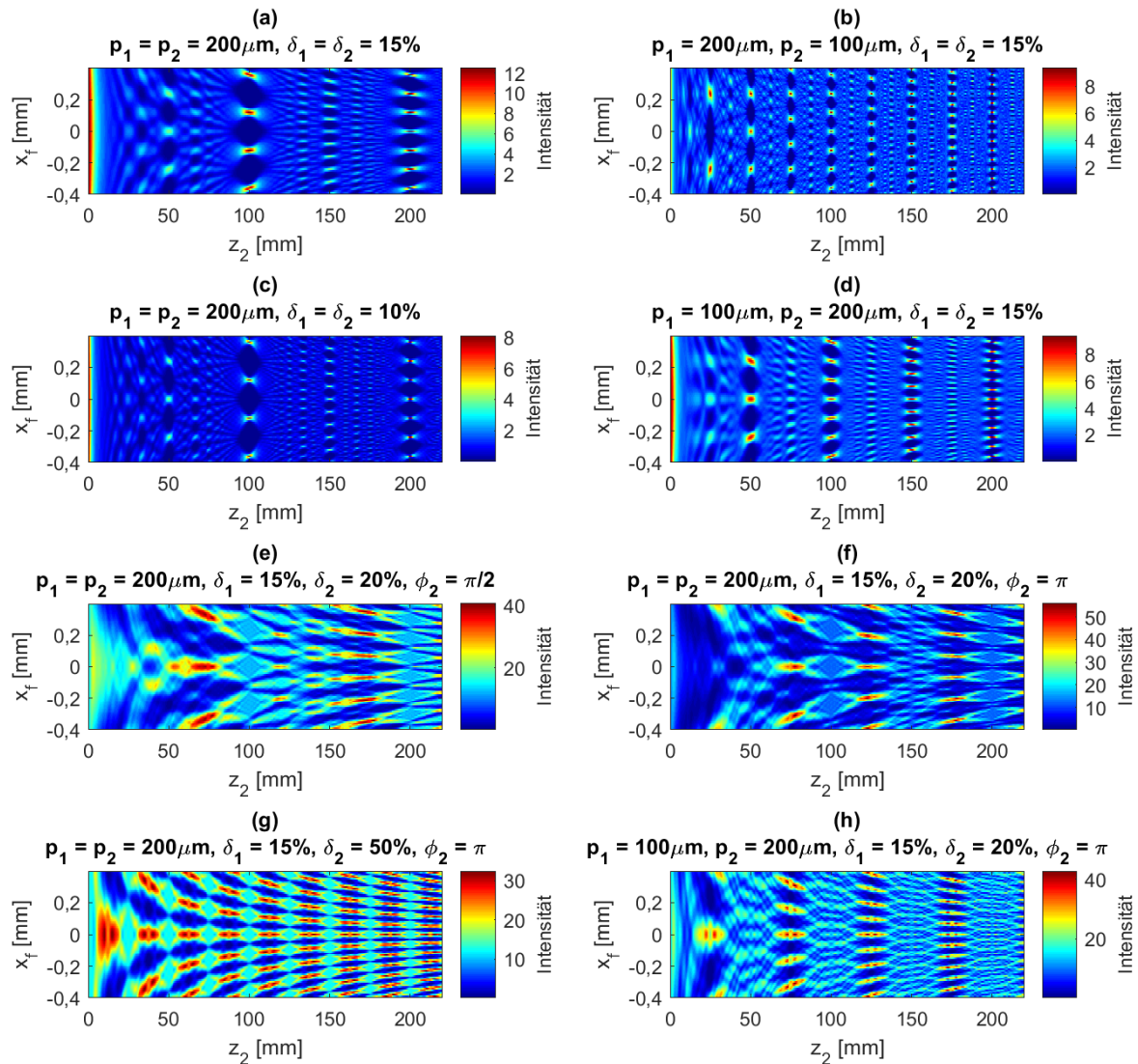


Abb. 4.14: Simulationsergebnis des Lau-Effekts in Abhängigkeit der Gittertypen und Gitterparameter: (a) bis (d) Einsatz von zwei Rechteckamplitudengittern. (e) bis (h) Einsatz von einem Rechteckamplitudengitter und einem Rechteckphasengitter.

Die Gitterparameter beeinflussen auch die Lau-Streifen. Abb. 4.14 stellt die Simulationsergebnisse dar, um den Einfluss der Gitterparameter zu untersuchen. Um die Simulationsergebnisse zu verstehen, sollen die Simulationsergebnisse in Abb. A.1 im Anhang A.4 mit berücksichtigt werden. Für (a) bis (d) werden zwei Rechteckamplitudengitter verwendet. Die Periode und das Tastverhältnis des ersten Rechteckamplitudengitters für (a) und (b) sind jeweils $p_1 = 200\mu m$ und $\delta_1 = 15\%$. Das zweite Rechteckamplitudengitter für (a) und (b) hat das gleiche Tastverhältnis $\delta_2 = 15\%$, aber unterschiedliche Perioden, bzw. $p_2 = 200\mu m$ und $p_2 = 100\mu m$. Die Perioden der Simulationsergebnisse in (b) sind bei vielen Abständen kleiner als die in (a). Für (c) werden zwei identische Gitter mit $p_1 = p_2 = 200\mu m$ und $\delta_1 = \delta_2 = 10\%$ verwendet. Die Intensitätsverteilungen bei verschiedenen z_2 in (c) haben die gleichen Perioden wie die in (a). Aufgrund des kleineren Tastverhältnisses der beiden Gitter für (c) ist das durch sie hindurchgehende Licht schwächer. Dies führt zu einem kleineren Bereich der Nicht-Null-Intensität entlang der x_f -Achse, d.h. schmalere Lau-Streifen parallel zur y_f -Achse. Die Gitter für (d) sind mit denjenigen für (b) identisch. Die Positionen der beiden Gitter werden jedoch gewechselt. Die Bereiche der Nicht-Null-Intensität entlang der x_f -Achse in (d) sind bei vielen Abständen breiter als die in (b), z.B. bei $z_2 = 50mm$ und $z_2 = 200mm$ usw.

Für die Simulationen von (e) bis (h) werden ein Rechteckamplitudengitter und ein Rechteckphasengitter ($p_2 = 200\mu m$) verwendet. Die Periode und das Tastverhältnis des ersten Gitters bzw. des Rechteckamplitudengitters für (e) und (f) sind gleich und betragen jeweils $p_1 = 200\mu m$ und $\delta_1 = 15\%$. Das zweite Gitter bzw. das Rechteckphasengitter für (e) und (f) haben das gleiche Tastverhältnis, $\delta_2 = 20\%$, aber unterschiedliche Phasenhübe. Sie sind jeweils $\phi_2 = \pi/2$ und $\phi_2 = \pi$. Sie rufen unterschiedliche Talbot-Teppiche hervor (siehe Abb. A.1 im Anhang A.4), sodass entstehen unterschiedliche Lau-Streifen. Das Simulationsergebnis in (g) unterscheidet sich von (f) sowohl in den Intensitäten als auch in den Perioden aufgrund des unterschiedlichen Tastverhältnisses der Rechteckphasengitter. Die angewendeten Gitter für (h) haben $p_1 = 100\mu m$, $\delta_1 = 15\%$, $p_2 = 200\mu m$, $\delta_2 = 20\%$ und $\phi_2 = \pi$. Die Ergebnisse aus (f) und (h) zeigen, dass die Perioden der Lau-Streifen von (h) wegen der verkleinerten Periode des Amplitudengitters an bestimmten Abständen auf die Hälfte von (f) reduziert werden.

4.4 LED-Array als Lichtquelle

Die räumlich inkohärente Beleuchtung kann nicht nur mit einer ausgedehnten Lichtquelle oder einer Köhlerschen Beleuchtung, sondern auch mit einem LED-Array realisiert werden. Ein LED-Array bietet mehr optische Leistung als eine einzelne LED. In diesem Unterkapitel wird ein UV-LED-Array [104], das aus 7 UV-LEDs (Würth Elektronik eiSos GmbH & Co. KG) besteht, in den Lau-Versuchsaufbau eingesetzt.

Unter Berücksichtigung der räumlich inkohärenten Beleuchtung aus jeder einzelnen LED wird das Beleuchtungssystem wie Abb. 4.15 (b) aufgebaut. Das LED-Array wird

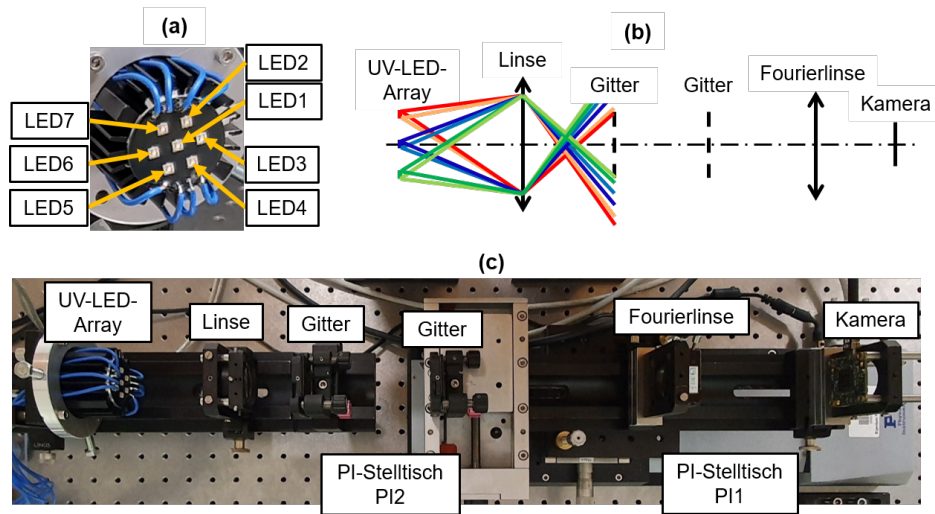


Abb. 4.15: Versuchsaufbau zum Lau-Effekt mit einem UV-LED-Array: (a) Einzelne LEDs des UV-LED-Arrays. (b) Schematischer Versuchsaufbau. (c) Experimenteller Aufbau.

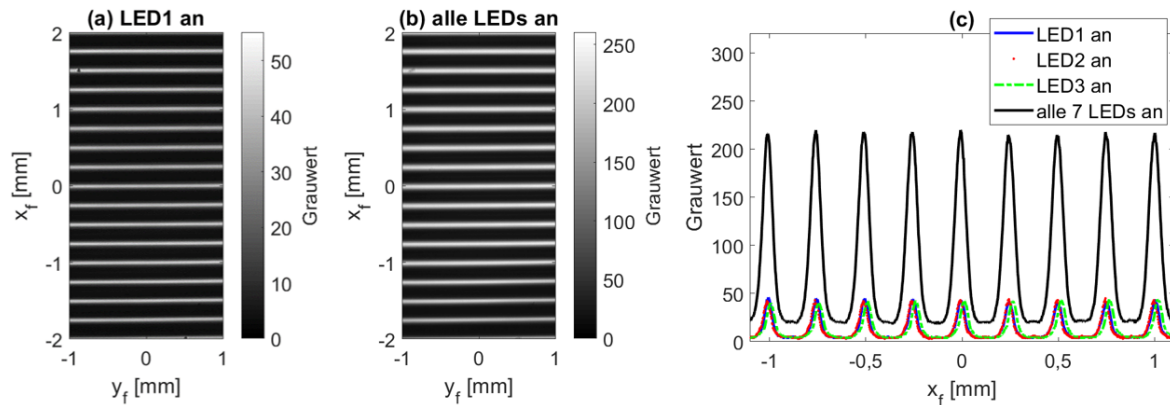


Abb. 4.16: Aufgenommene Intensitätsbilder der Lau-Streifen jeweils mit einem LED-Array und einer einzelnen LED aus dem LED-Array: (a) LED1 ist eingeschaltet. (b) Alle 7 LEDs sind eingeschaltet. (c) Grauwerte bei y_f .

durch eine einzelnen Linse ($f = 27\text{mm}$) verkleinert abgebildet, sodass das Licht auf dem ersten Gitter verschiedene Beleuchtungswinkel kombiniert. Der Versuchsaufbau für das Experiment ist in Abb. 4.15 (c) dargestellt. Die Periode und das Tastverhältnis der beiden identischen Rechteckamplitudengitter sind jeweils $p_1 = p_2 = 200\mu\text{m}$ und $\delta_1 = \delta_2 = 15\%$. Die Fourierlinse hat eine Brennweite von 120mm . Im Experiment sind sowohl PI1 als auch PI2 festgelegt. Die LEDs werden jeweils einzeln und gleichzeitig eingeschaltet. Abb. 4.16 (a) und (b) zeigen zwei der aufgenommenen Intensitätsbilder, wenn die Belichtungszeit der CMOS-Kamera festgestellt ist. Für (a) ist nur die LED1 eingeschaltet, für (b) sind alle LEDs eingeschaltet. Bild (c) zeigt die Intensitäten bei $y_f = 0$ entlang der x_f -Achse. Wenn alle 7 LEDs eingeschaltet sind, erreichen die Lau-Streifen ihre maximale Intensität und sind aufgrund der zusätzlichen

Beleuchtungswinkel der LEDs am Rand jeder Periode breiter.

Für die Belichtung in der optischen Lithographie ist ein UV-LED-Array vorteilhafter als eine einzelne LED, um Belichtungszeit zu sparen, so dass die Störung durch die Umgebung verringert wird. Ein Vergleich der lithographischen Strukturen jeweils mit dem UV-LED-Array und einer einzelnen UV-LED wird im Unterkapitel 4.6 diskutiert. Für die optische Lithographie auf gekrümmten Oberflächen mittels der Lau-Streifen sollen die Intensitäten nicht nur in der Beobachtungsebene, sondern auch in der Nähe der Beobachtungsebene betrachtet werden. Deshalb untersuchen wir anschließend die 3D-Intensitätsfeldverteilung um die Beobachtungsebene herum.

4.5 3D-Intensitätsfeldverteilung

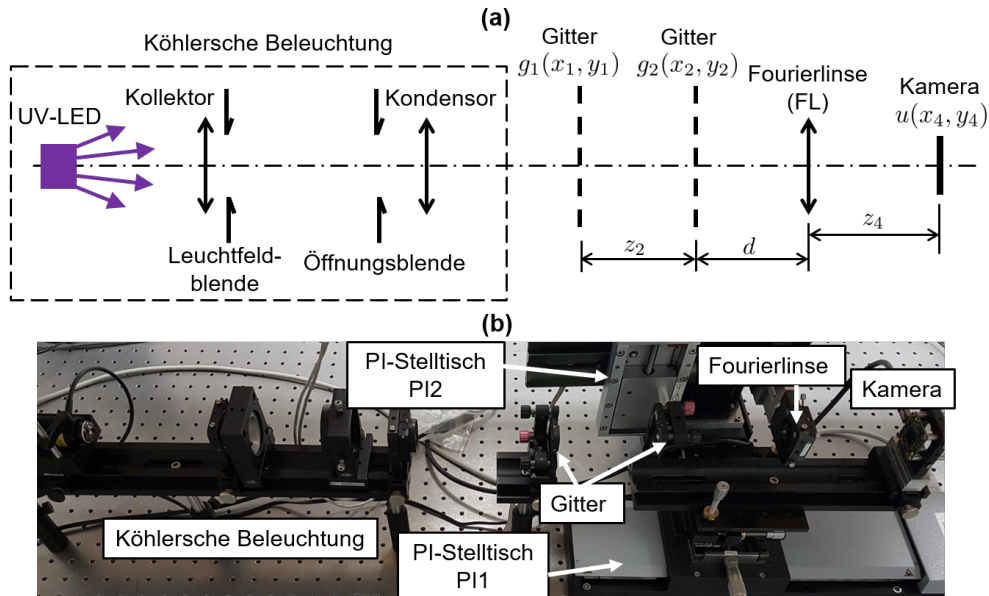


Abb. 4.17: Versuchsaufbau zur Messung der Intensitätsverteilung hinter der Fourierlinse: (a) Schematischer Versuchsaufbau. (b) Experimenteller Aufbau.

Um die Intensitäten um die Beobachtungsebene herum zu berechnen, werden die komplexen Amplituden $u_\lambda(x_4, x'_1, y_4, y'_1)$ in den Ebenen, die sich neben der bildseitigen Brennweite der Linse befinden (siehe Abb. 4.17), abgeleitet. Das Feld unmittelbar nach dem zweiten Gitter ist $u_\lambda(x_2, x'_1, y_2, y'_1) \cdot g_2(x_2, y_2)$. Die Lichtausbreitung hinter dem zweiten Gitter lautet (siehe Anhang A.6):

$$u_\lambda(x_3, x'_1, y_3, y'_1) = \frac{e^{jkd}}{j\lambda d} \iint_{-\infty}^{\infty} u_\lambda(x_2, x'_1, y_2, y'_1) \cdot g_2(x_2, y_2) \cdot e^{\frac{jk}{2d}[(x_3-x_2)^2 + (y_3-y_2)^2]} dx_2 dy_2$$

$$= \frac{e^{jkd}}{j\lambda d} \cdot \frac{e^{jkz_2}}{j\lambda z_2} \cdot \hat{g}_2\left(\frac{dx'_1 + z_2x_3}{d+z_2}, \frac{dy'_1 + z_2y_3}{d+z_2}\right) \cdot e^{\frac{jk(x'_1{}^2 - 2x'_1x_3 + x_3^2)}{2(d+z_2)}} \cdot e^{\frac{jk(y'_1{}^2 - 2y'_1y_3 + y_3^2)}{2(d+z_2)}}. \quad (4.15)$$

Dabei bezeichnet $\hat{g}_2(\frac{dx'_1 + z_2x_3}{d+z_2}, \frac{dy'_1 + z_2y_3}{d+z_2})$ die Fresnel-Propagation von $g_2(x_2, y_2)$ beim Abstand $\frac{dz_2}{d+z_2}$ am Punkt $(\frac{dx'_1 + z_2x_3}{d+z_2}, \frac{dy'_1 + z_2y_3}{d+z_2})$. Wir nehmen an, dass die Gitterlinien des zweiten Gitters parallel zur y_2 -Achse verlaufen. Dann hat $\hat{g}_2(\frac{dx'_1 + z_2x_3}{d+z_2}, \frac{dy'_1 + z_2y_3}{d+z_2})$ anhand Gleichung (4.5) die folgende Formel:

$$\hat{g}_2\left(\frac{dx'_1 + z_2x_3}{d+z_2}, \frac{dy'_1 + z_2y_3}{d+z_2}\right) = e^{jk\frac{dz_2}{d+z_2}} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \cdot e^{-j\pi(n\nu_2)^2\lambda\frac{dz_2}{d+z_2}} \cdot e^{j2\pi n\nu_2\frac{dx'_1 + z_2x_3}{d+z_2}}. \quad (4.16)$$

Die komplexen Amplituden unmittelbar nach der Fourierlinse betragen $u_\lambda(x_3, x'_1, y_3, y'_1) \cdot e^{-\frac{jk}{2f}(x_3^2 + y_3^2)}$. Die Impulsantwort hinter der Fourierlinse wird wie folgt berechnet (siehe Anhang A.7):

$$\begin{aligned} u_\lambda(x_4, x'_1, y_4, y'_1) &= \frac{e^{jkz_4}}{j\lambda z_4} \iint_{-\infty}^{\infty} u_\lambda(x_3, x'_1, y_3, y'_1) \cdot e^{-\frac{jk}{2f}(x_3^2 + y_3^2)} \cdot e^{\frac{jk}{2z_4}[(x_4 - x_3)^2 + (y_4 - y_3)^2]} dx_3 dy_3 \\ &= -\frac{f(d+z_2) \cdot e^{j\varphi_{3D}}}{\lambda^2 dz_2 [fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)]} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \cdot e^{-j\pi(n\nu_2)^2\lambda\frac{dz_2}{d+z_2}} \\ &\quad \cdot e^{j2\pi n\nu_2\frac{dx'_1}{d+z_2}} \cdot e^{-\frac{jkf\{\lambda n\nu_2 z_2 z_4 - [x'_1 z_4 + x_4(d+z_2)]\}^2}{2z_4(d+z_2)[fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)]}}. \end{aligned} \quad (4.17)$$

Dann werden die Intensitäten hinter der Fourierlinse wie folgt berechnet:

$$\begin{aligned} I_\lambda(x_4, y_4, z_4) &= \iint_{-\infty}^{\infty} |g_1(x'_1, y'_1)|^2 \cdot |u_\lambda(x_4, x'_1, y_4, y'_1)|^2 dx'_1 dy'_1 \\ &= \frac{f^2(d+z_2)^2}{\lambda^4 d^2 z_2^2 [fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)]^2} \\ &\quad \cdot \iint_{-\infty}^{\infty} \left[\sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m \cdot e^{j2\pi m\nu_1 x'_1} \right]^2 \cdot \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \cdot e^{-j\pi(n\nu_2)^2\lambda\frac{dz_2}{d+z_2}} \right. \\ &\quad \cdot e^{j2\pi n\nu_2\frac{dx'_1}{d+z_2}} \cdot e^{-\frac{jkf\{\lambda n\nu_2 z_2 z_4 - [x'_1 z_4 + x_4(d+z_2)]\}^2}{2z_4(d+z_2)[fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)]}} \left. \right]^2 dx'_1 dy'_1. \end{aligned} \quad (4.18)$$

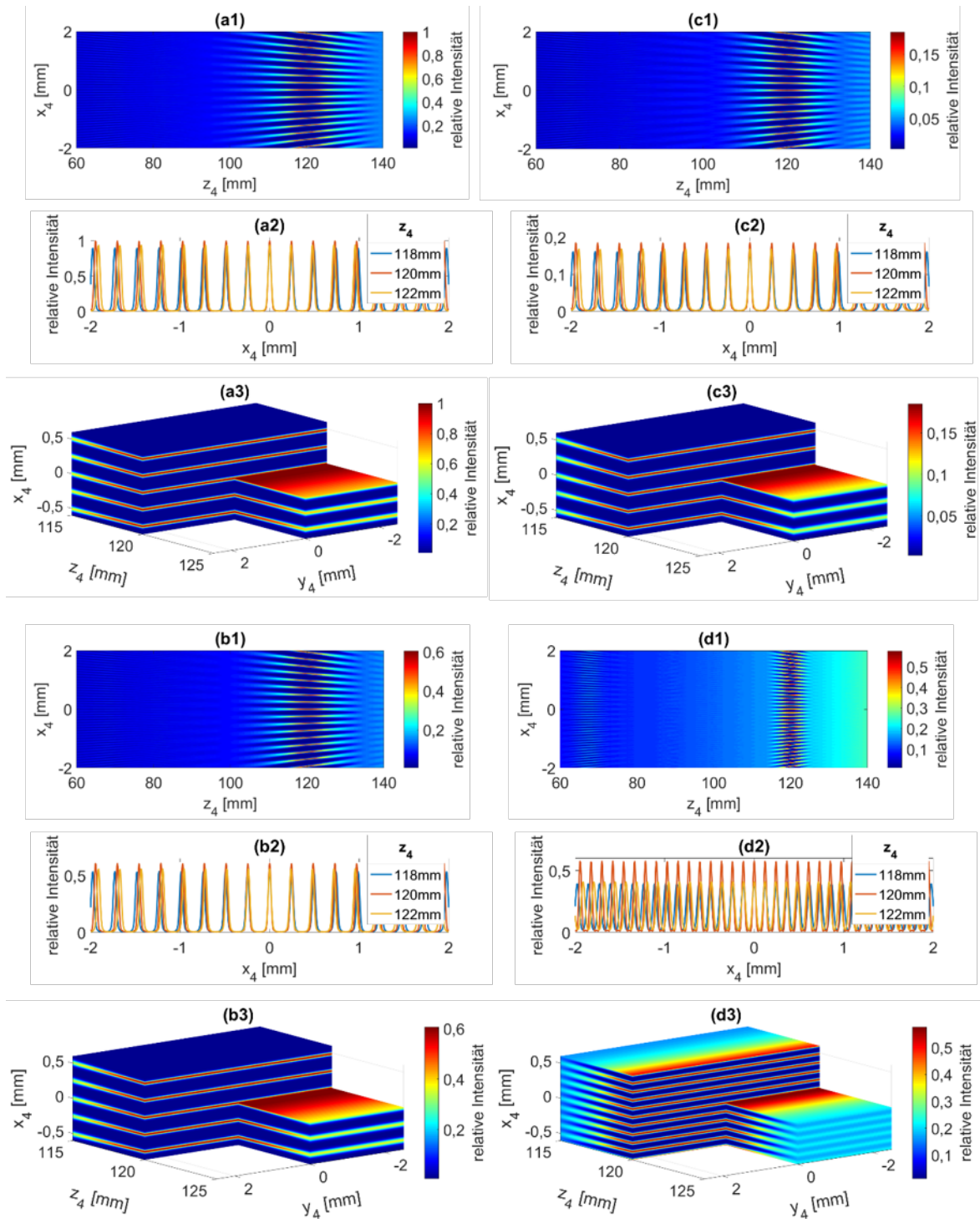


Abb. 4.18: Simulationsergebnis der 3D-Intensitätsfeldverteilung um die Beobachtungsebene herum: (a1)-(a3) $p_1 = p_2 = 200\mu m$, $\delta_1 = \delta_2 = 15\%$. (b1)-(b3) $p_1 = p_2 = 200\mu m$, $\delta_1 = 15\%$, $\delta_2 = 10\%$. (c1)-(c3) $p_1 = p_2 = 200\mu m$, $\delta_1 = 15\%$, $\delta_2 = 5\%$. (d1)-(d3) $p_1 = 200\mu m$, $p_2 = 100\mu m$, $\delta_1 = \delta_2 = 15\%$.

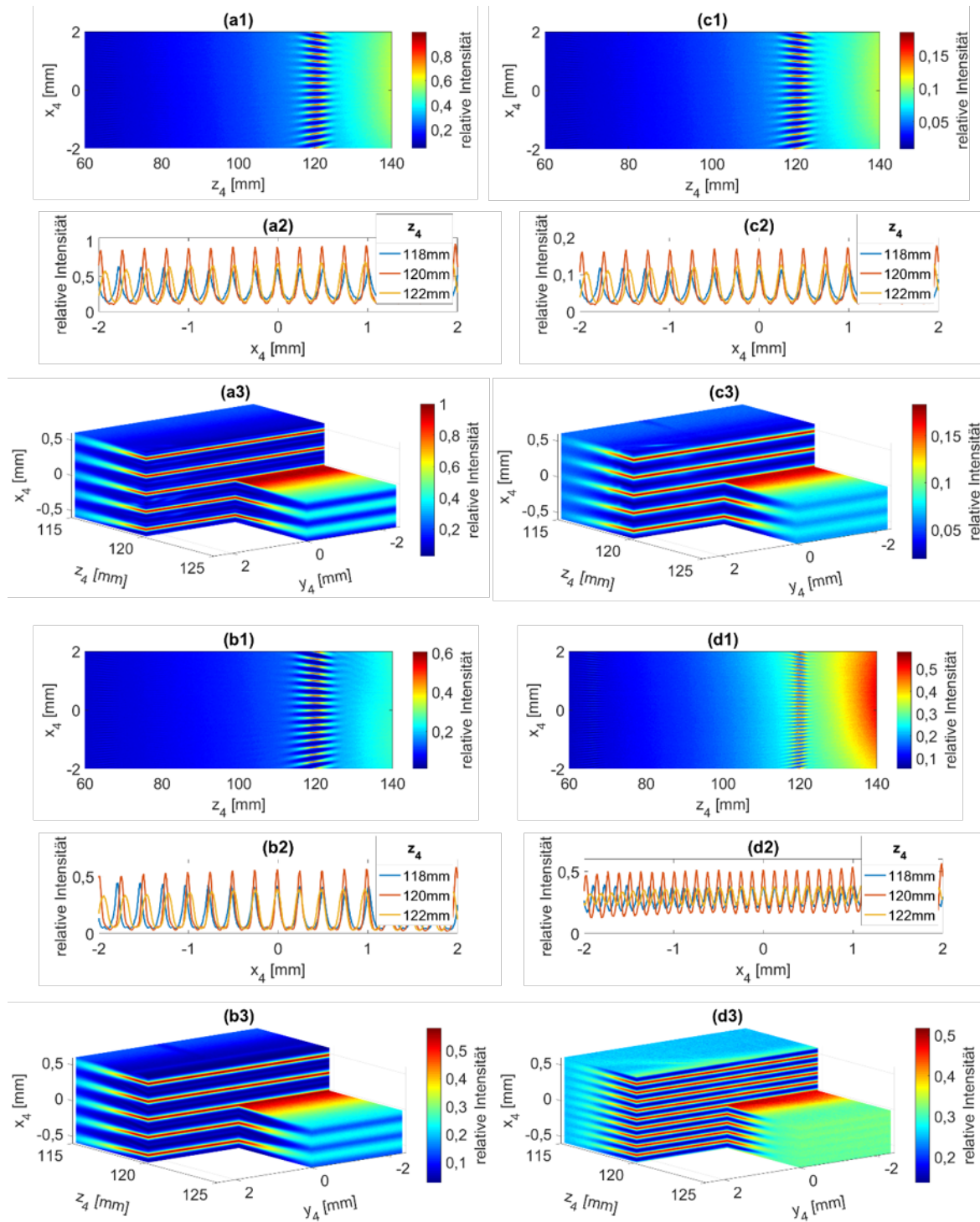


Abb. 4.19: Messergebnis der 3D-Intensitätsfeldverteilung um die Beobachtungsebene herum: (a1)-(a3) $p_1 = p_2 = 200\mu\text{m}$, $\delta_1 = \delta_2 = 15\%$. (b1)-(b3) $p_1 = p_2 = 200\mu\text{m}$, $\delta_1 = 15\%$, $\delta_2 = 10\%$. (c1)-(c3) $p_1 = p_2 = 200\mu\text{m}$, $\delta_1 = 15\%$, $\delta_2 = 5\%$. (d1)-(d3) $p_1 = 200\mu\text{m}$, $p_2 = 100\mu\text{m}$, $\delta_1 = \delta_2 = 15\%$.

Die Simulationsergebnisse sind in Abb. 4.18 dargestellt. Für die Simulation werden die monochromatische Wellenlänge $\lambda = 405\text{nm}$ und der Abstand $d = 142\text{mm}$ in die Gleichung (4.18) eingesetzt. Die Fourierlinse hat eine Brennweite von $f = 120\text{mm}$. Abb. 4.18 (a1), (b1), (c1) und (d1) stellen die simulierten Intensitätsverteilungen der Lau-Streifen in Abhängigkeit von der Entfernung zur Fourierlinse im Querschnitt x_4z_4 dar. Die Intensitäten sind auf die maximale Intensität von (a1) normiert. Nicht nur in der bildseitigen Brennebene der Fourierlinse, sondern auch um sie herum bzw. um den Abstand $z_4 = 120\text{mm}$ herum sind auffällige Intensitätsverteilungen zu beobachten. Die Bilder (a2), (b2), (c2) und (d2) zeigen die Intensitätsverteilungen der Lau-Streifen in jeweils der Entfernung 118mm , 120mm und 122mm . Sie sind dreieckförmig in jeder Periode verteilt. Ihre Perioden weisen kleine Unterschiede auf. Die Bilder (a3), (b3), (c3) und (d3) zeigen die 3D-Intensitätsfeldverteilungen. Im Querschnitt x_4y_4 sind Lau-Streifen zu sehen. Mit der Abnahme des Tastverhältnisses des zweiten Gitters nimmt die Intensität der periodischen dreieckförmigen Lau-Streifen sowohl in der Beobachtungsebene bzw. $z = 120\text{mm}$ als auch um die Beobachtungsebene herum ab. Mit der Abnahme der Periode des zweiten Gitters sinkt auch die Periode der Lau-Streifen.

Für das Experiment (siehe Abb. 4.17) werden die UV-LED (Mounted LED M405L3) und unterschiedliche Rechteckamplitudengitter verwendet. Die CMOS-Kamera wird automatisch mit dem PI1 hinter der Fourierlinse verschoben. Abb. 4.19 stellt die Messergebnisse der 3D-Intensitätsfeldverteilungen dar. Die von dem Experiment erfassten Intensitäten sind auf die maximale Intensität von (a1) normiert. Sie sind ähnlich der Simulationsergebnisse in Abb. 4.18. Die Lau-Streifen befinden sich nicht nur in der Beobachtungsebene, sondern auch um sie herum. Somit ist es denkbar, eine Lithographie auf gekrümmter Oberfläche durchzuführen. Die Lau-Streifen in jeder Periode sind aufgrund der Summation der Intensitäten aus achromatischen Wellenlängen der UV-LED zwar entlang der x_4 -Achse breiter, aber entlang der z_4 -Achse kürzer. Daraus ergibt sich, dass eine schmale spektrale Bandbreite der Wellenlängen für die optische Lithographie auf einer steil gekrümmten Oberfläche bevorzugt wird.

4.6 Anwendung der Lau-Streifen in der optischen Lithographie

Im letzten Unterkapitel haben wir anhand von räumlich inkohärenter Beleuchtung die Intensitätsverteilungen um die Beobachtungsebene herum untersucht. Die Lau-Streifen in der und um die Beobachtungsebene herum haben periodisch dreieckförmige Intensitätsverteilungen. In diesem Unterkapitel versuchen wir, die periodischen dreieckförmigen Lau-Streifen sowohl auf planarer Ebene als auch gekrümmter Oberfläche für die Lithographie zu verwenden.

Für die Belichtung in der Lithographie wird der Lau-Versuchsaufbau (siehe Abb. 4.15) verwendet. Die zwei Rechteckamplitudengitter haben die Parameter $p_1 = p_2 = 200\mu\text{m}$ und $\delta_1 = \delta_2 = 15\%$. Die Lichtquellen sind jeweils das UV-LED-Array [104] und die

UV-LED (Mounted LED M405L3). Der verwendete Fotolack ma-P1275G (micro resist technology GmbH) ist für die Wellenlängen von 300nm bis 500nm sensitiv. Es ist ein positiver Grauton-Fotolack [105], der bei gleicher Belichtungszeit in Abhängigkeit von der optischen Intensität reagiert, deshalb ist er für die Herstellung der dreieckförmigen Lau-Streifen geeignet. Dieser Fotolack kann durch die Mischung mit dem Verdünner ma-T1050 (micro resist technology GmbH) verdünnt werden, somit wird auf dem Glaswafer ein homogener Fotolack mit unterschiedlicher Dicke erreicht [105]. Der Entwickler ist mr-D526/S (micro resist technology GmbH). Während des Entwicklungsprozesses wird der Glaswafer mit dem Fotolack in den Entwickler eingetaucht und geschüttelt. Der Entwickler löscht die Bereiche des positiven Fotolacks aus, die durch das UV-Licht beleuchtet sind.

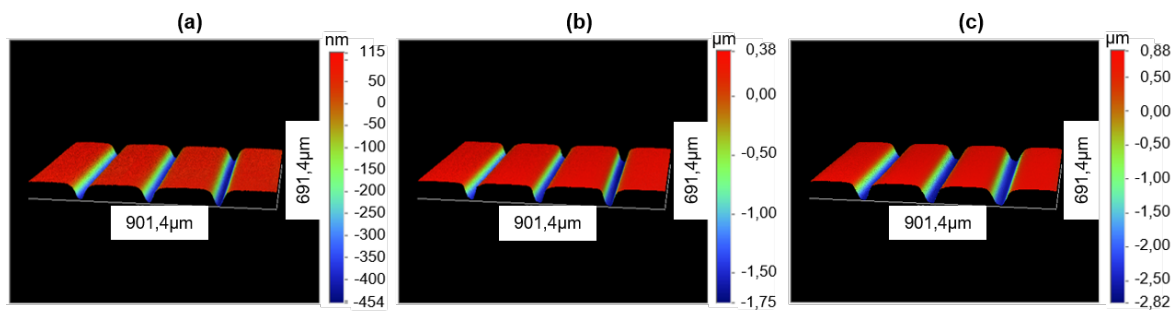


Abb. 4.20: Messergebnis der durch die Lithographie auf planaren Glaswafern jeweils bei Beleuchtung mit dem UV-LED-Array und einer einzelnen LED aus dem UV-LED-Array erzeugten Strukturen: (a) Nur LED1 ist eingeschaltet. Die Belichtungszeit und die Entwicklungszeit betragen 900s und 240s . (b) Nur LED1 ist eingeschaltet. Die Belichtungszeit und die Entwicklungszeit betragen 3600s und 240s . (c) Alle 7 LEDs sind eingeschaltet. Die Belichtungszeit und die Entwicklungszeit betragen 900s und 240s .

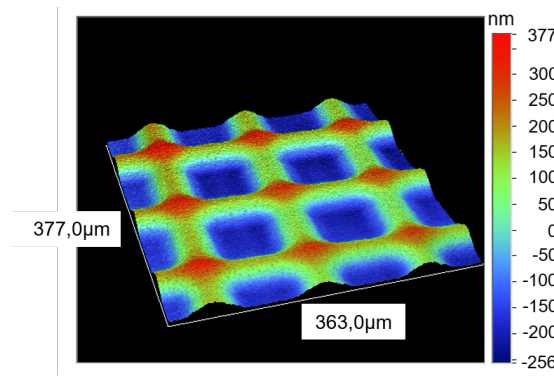


Abb. 4.21: Messergebnis der durch die Lithographie auf einem planaren Glaswafer erzeugten Strukturen aufgrund der Rotation des zweiten Gitters

Abb. 4.20 stellt Teile der lithographischen Strukturen auf planarer Ebene dar, die mittels des Weißlichtinterferometers (Wyko NT9300, Veeco Instruments Inc.) aufgenommen sind. Für die Belichtung werden die in Abb. 4.16 erhaltenen Lau-Streifen

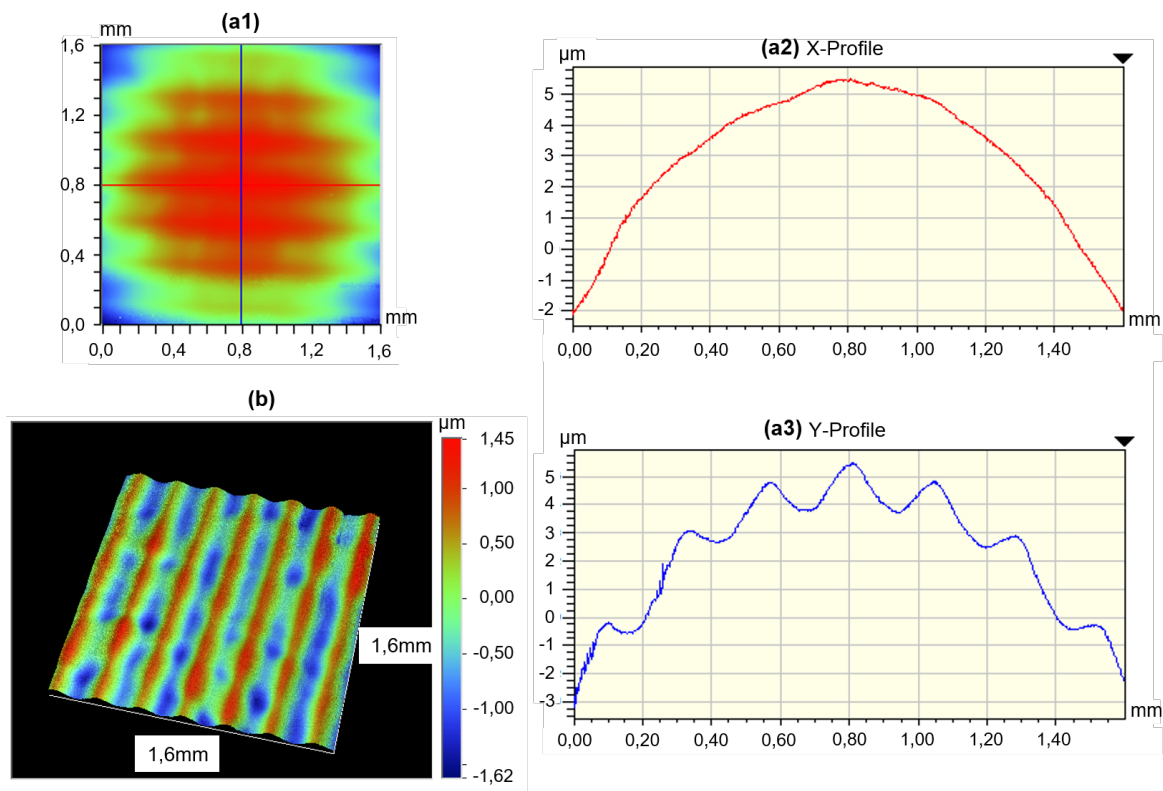


Abb. 4.22: Messergebnis der durch die Lithographie auf einer plankonvexen asphärischen Linse ($f = 55\text{mm}$) erzeugten Strukturen: (a1) Gemessene lithographische Strukturen unter Berücksichtigung der Krümmung und der Neigung der asphärischen Linse. (a2) und (a3) X-Querschnitt und Y-Querschnitt der Strukturen in (a1). (b) Gemessene lithographische Strukturen ohne Berücksichtigung der Krümmung und der Neigung der asphärischen Linse.

verwendet. Der elektrische Strom für jede einzelne LED beträgt 240mA . Wenn nur LED1 eingeschaltet ist, erfasst der PowerMax-USB-Sensor (0264F11R, Coherent Inc.) in der Beobachtungsebene eine optische Leistung von etwa $1\mu\text{W}$. Wenn alle 7 LEDs eingeschaltet sind, erfasst er ca. $7\mu\text{W}$. Die Differenz zwischen dem Maximum und dem Minimum der Farbbalken zeigen die Tiefe der Strukturen. Bei Strukturen mit einer Tiefe von mehr als 2500nm zeigt das LED-Array aufgrund seiner höheren optischen Leistung den Vorteil, dass es Belichtungszeit einspart.

Abb. 4.21 stellt einen Teil der lithographischen Strukturen auf einem planaren Glaswafer dar, wobei das zweite Rechteckamplitudengitter um ca. 90° um die optische Achse gedreht wird. Hier wurde der Versuchsaufbau in Abb. 4.9 verwendet. Die Lichtquelle ist die UV-LED (Mounted LED M405L3). Diese Drehung des zweiten Gitters ruft neue Intensitätsverteilungen hervor, die senkrecht zu den vorherigen Lau-Streifen sind. An ihren Kreuzpunkten sind die Intensitäten schwächer. Abb. 4.22 stellt einen Teil der lithographischen Strukturen auf einer gekrümmten Oberfläche bzw. auf der Spitze einer plankonvexen asphärischen Linse mit der Brennweite $f = 55\text{mm}$ dar, wobei die

Gitterlinien der zwei identischen Rechteckamplitudengitter wieder parallel zu einander eingestellt sind. In Abb. 4.22 (a1) sind die mittels des Weißlichtinterferometers gemessenen Strukturen, die auf der gekrümmten Oberfläche der asphärischen Linse erzeugt wurden, dargestellt. Die Farben zeigen unterschiedliche Tiefe der Strukturen. Das X-Profil und das Y-Profil in Abb. 4.22 (a2) und (a3) zeigen die Querschnitte jeweils entlang der und durch die Lau-Streifen. Für die Darstellung der Strukturen in Abb. 4.22 (b) werden die Krümmung und die Neigung der asphärischen Linse nicht berücksichtigt. Die Strukturen variieren ihre Breiten und Tiefen aufgrund der Unterschiede der Intensitäten der Lau-Streifen um die Beobachtungsebene herum. Die starken Änderungen der Breiten und Tiefen der Strukturen an vielen Positionen können neben den Unterschieden der Intensitäten daran liegen, dass die Dicke des Fotolacks auf der Linse bei der Sprühbelackung der lithographischen Prozesse nicht überall gleich sind.

4.7 Zusammenfassung des Kapitels und Schlussfolgerung

Ziel des Kapitels ist es, das optische Phänomen bzw. den Lau-Effekt in der optischen Lithographie auf sowohl planaren als auch gekrümmten Oberflächen einzusetzen. Es wird unter Berücksichtigung der räumlichen Kohärenzeigenschaften der Beleuchtung untersucht, wie sich der Lau-Effekt vom Talbot-Effekt unterscheidet. Es wird ferner untersucht, ob eine verformte und zur gekrümmten Oberfläche passende Intensitätsverteilung durch den Einsatz eines Phasengitters an der Position des ersten Gitters im Lau-Versuchsaufbau erzielt werden kann.

Das Kapitel befasst sich mit folgenden spezifischen Aspekten. Erstens wurde die skalare Beugungstheorie verwendet, um die Lichtpropagation im Lau-Versuchsaufbau jeweils unter räumlich kohärenter und räumlich inkohärenter Beleuchtung mathematisch zu beschreiben und simulativ zu untersuchen. Die Simulationsergebnisse der Intensitätsverteilungen jeweils hinter dem ersten Gitter und in der Beobachtungsebene zeigen auffällige Unterschiede in Abhängigkeit der räumlichen Kohärenzeigenschaften der Beleuchtung. Unter räumlich kohärenter Beleuchtung entstehen jeweils der Talbot-Teppich hinter dem ersten Gitter und Beugungsordnungen in der Beobachtungsebene. Im Vergleich dazu werden unter räumlich inkohärenter Beleuchtung jeweils kontinuierlich sinkende Intensitätsverteilungen und Lau-Streifen betrachtet. Sie entsprechen jeweils der Summation der Talbot-Teppiche und der Summation der Beugungsordnungen unter verschiedener räumlich kohärenter Beleuchtung mit unterschiedlichem Winkel. Die Lau-Streifen werden mathematisch proportional zu der Kreuzkorrelation zwischen dem Amplitudenquadrat des ersten Gitters und dem Amplitudenquadrat der Fresnel-Propagation des zweiten Gitters beschrieben. Daraus ergibt sich, dass eine laterale Verschiebung des zweiten Gitters keine Intensitätsänderung, sondern auch nur eine laterale Verschiebung der Lau-Streifen in der Beobachtungsebene hervorruft. Bei

den experimentellen Untersuchungen zum Lau-Effekt mit dem Lau-Versuchsaufbau, in dem zwei Rechteckamplitudengitter verwendet und ihre Gitterlinien parallel zueinander eingestellt werden, ergeben sich gleiche Ergebnisse wie aus der Simulation. Messtechnisch sind jeweils kontinuierlich sinkende Intensitätsverteilungen mit vergrößerter Entfernung zu dem ersten Gitter und periodische dreieckförmige Lau-Streifen erfasst. Zweitens wurde ein LED-Array aufgebaut und als Lichtquelle für die Untersuchung des Lau-Effekts in dem Lau-Versuchsaufbau eingesetzt. Die Messergebnisse mit dem LED-Array zeigen nicht nur eine auffällige Erhöhung der Intensitäten der Lau-Streifen, sondern auch die Notwendigkeit unterschiedlicher Beleuchtungswinkel für die Erzeugung der vollständigen Lau-Streifen. Drittens wurde diskutiert und geschlussfolgert, dass ein Phasengitter wegen seines konstanten Amplitudenquadrates nicht für den Einsatz als erstes Gitter geeignet ist, da eine Konstante kein anderes Amplitudenquadrat modulieren kann. Für das zweite Gitter kann aber ein Phasengitter verwendet werden, weil sich die Fresnel-Propagation hinter dem zweiten Gitter nicht mehr als Konstante, sondern als eine periodische Intensitätsverteilung ergeben kann. Viertens wurde simulativ weiter untersucht und zusammengefasst, wie sich die Gittertypen und die Gitterparameter sowie der Abstand zwischen den zwei Gittern auf die Lau-Streifen auswirken. Fünftens wurde die 3D-Intensitätsfeldverteilung um die Beobachtungsebene herum mathematisch beschrieben und mittels Simulation und Experimente erfasst. Als letztes wurden einige während der experimentellen Untersuchung betrachtete Lau-Streifen in der optischen Lithographie auf planaren und gekrümmten Oberflächen eingesetzt.

Es kann mittels der mathematischen Beschreibungen des Lau-Effekts weiter simulativ untersucht und durch Experimente überprüft werden, wie die relative Rotation der Gitter um die optische Achse die Intensitätsverteilungen sowohl in der Beobachtungsebene als auch um die Beobachtungsebene herum beeinflusst. Ein Phasengitter als das zweite Gitter kann im Lau-Versuchsaufbau eingesetzt werden. Für die optische Lithographie auf gekrümmter Oberfläche muss weiter getestet werden, wie man eine gleiche Dicke des Fotolacks auf gekrümmter Oberfläche während des Belackens erzielen kann. Außerdem ist es für die optische Lithographie sinnvoll zu untersuchen, wie eine partiell räumlich kohärente Beleuchtung die Lau-Streifen beeinflusst. Es muss überprüft werden, ob zusätzliche Lau-Streifen aufgrund der Variation der räumlichen Kohärenzeigenschaften entstehen können und wie sich die Intensitätsverteilungen der Lau-Streifen verändern. Unterschiedliche Intensitäten der Lau-Streifen können unterschiedliche Tiefen der lithographischen Strukturen hervorrufen.

Die Potentiale des Lau-Effekts für die Zukunft können zumindest in der optischen Messtechnik und der optischen Lithographie liegen. Für die optische Messtechnik kann die Intensitätsänderung der Lau-Streifen für die Bestimmung der räumlichen Kohärenzeigenschaften der Beleuchtung verwendet werden. Für die optische Lithographie kann zuerst die Möglichkeit zur Herstellung von Strukturen mit schmalen Spitzen als den minimalen Breiten der Lau-Streifen bzw. der Beugungsbegrenzung des optischen Systems entstehen, wodurch z.B. der positive Fotolack überbelichtet und entsprechend entwickelt wird. Dies kann ebenfalls durch weitere lithographischen Prozesse nach der

Entwicklung, wie z.B. Ätzen oder Metallisierung realisiert werden. Aus der lateralen Verschiebung der Lau-Streifen in der Beobachtungsebene aufgrund der lateralen Verschiebung des zweiten Gitters ergibt sich, dass verdoppelte oder mehrfache lithographische Strukturen der Lau-Streifen auf demselben Wafer realisiert werden können. Sonst kann man von den Simulationsergebnissen in Abb. 4.8 erkennen, dass der Bereich der Lau-Streifen durch den konstanten Winkel $\alpha = 90^\circ$ und die variablen Winkel β und γ eingestellt werden kann. Somit können die Lau-Streifen nur in einem bestimmten Bereich des Wafers projiziert werden. Durch Einstellung des Beleuchtungswinkels und des Abstands zwischen den zwei Gittern können neue Lau-Streifen in einem anderen Bereich des Wafers projiziert werden. Zum Schluss können Strukturen mit unterschiedlichen Perioden und Tiefen auf dem Wafer erreicht werden. Abb. 4.23 stellt ein Beispiel mit variierten Lau-Streifen dar, die für die Projektion auf dem Wafer verwendet werden können. Hier entsprechen die Lau-Streifen von links nach rechts jeweils den Intensitäten bei $z_2 = 93,5\text{mm}$, $z_2 = 95\text{mm}$ und $z_2 = 103\text{mm}$ in Abb. 4.12 (a). Feinere Übergänge zwischen den unterschiedlichen Lau-Streifen können durch eine feine Einstellung des Abstands zwischen den zwei Gittern erzielt werden.

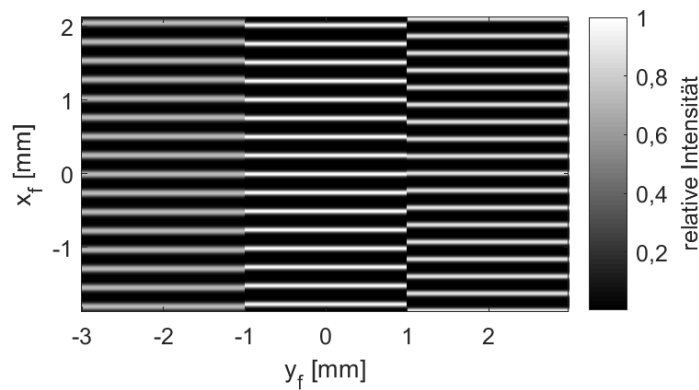


Abb. 4.23: Sequentielle Erzeugung der Lau-Streifen mit unterschiedlichen Intensitäten und Perioden durch Einstellung der Beleuchtungswinkel und des Abstands zwischen den zwei Gittern

5 Zusammenfassung und Ausblick

Diese Arbeit befasst sich mit innovativen Beleuchtungssystemen mittels LEDs und LED-Arrays für neuartige Abbildungs- und Lithographiesysteme. Anhand des Prinzips der kohärenten Fourier-Ptychographie wird eine kugelförmige Anordnung der LED-Array-Beleuchtung in das Experiment eingebracht, die weniger Wellenaberrationen aufweist als die planare Anordnung. Der Einsatz der Lau-Streifen, die durch die räumlich inkohärente Beleuchtung von sowohl einer einzelnen LED als auch einem LED-Array erzeugt sind, erzielt eine neue Beleuchtung für die Belichtung in der optischen Lithographie. Das LED-Array weist aufgrund seiner erhöhten optischen Leistung eine gegenüber der einzelnen LED deutlich reduzierte Belichtungszeit auf. Die räumlichen Kohärenzeigenschaften der Beleuchtung werden diskutiert, denn ihre richtige Auswahl spielt für die erwünschten Ergebnisse, z.B. kohärente statt inkohärenter Abbildung und Lau-Streifen statt Beugungsordnungen, eine große Rolle. Dazu wird die räumlich partielle Kohärenz der Beleuchtung von der Diskussion ausgeschlossen. Die mathematischen Analysen unterstützen die theoretischen Überlegungen der optischen Systeme. Die darauf basierenden Simulationen erleichtern die Analyse der Ergebnisse, wenn die Parameter, wie z.B. der Durchmesser der Aperturblende, die Brennweite der Linse, die Perioden und das Tastverhältnis des Gitters usw., verändert werden.

In einem räumlich kohärenten $4f$ -Abbildungssystem kann ein hochaufgelöstes Intensitätsbild mittels des Prinzips der kohärenten Fourier-Ptychographie durch den Phasenrückgewinnungsalgorithmus rekonstruiert werden. Die Auflösungserhöhung wird durch die Verbreiterung des Fourierspektrums oder einer synthetischen numerischen Apertur realisiert. Allerdings kann die Qualität des rekonstruierten Bildes durch Aberrationen des Beleuchtungssystems und des Abbildungssystems, Bildrauschen sowie Fehlausrichtung beeinträchtigt werden. Die Aberrationen des Beleuchtungssystems führen dazu, dass die Teilspektren in ihren Überlappungsbereichen nicht mehr übereinstimmen. In dieser Arbeit wird die Möglichkeit diskutiert, ihren Einfluss zu beseitigen. In der räumlich inkohärenten Fourier-Ptychographie wird strukturierte Beleuchtung statt des LED-Arrays verwendet. Mittels des entsprechenden Phasenrückgewinnungsalgorithmus kann auch eine Auflösungserhöhung erreicht werden.

In dem Versuchsaufbau zum Lau-Effekt wird jeweils eine räumlich kohärente und inkohärente Beleuchtung eingesetzt. Unter räumlich kohärenter Beleuchtung entstehen nur Beugungsordnungen in der Beobachtungsebene. Unter räumlich inkohärenter Beleuchtung werden Lau-Streifen realisiert. Die Positionen und Intensitäten der Beugungsordnungen verändern sich mit der lateralen Verschiebung des zweiten Gitters bedeutend, während die Lau-Streifen nur eine laterale Verschiebung aufweisen. Die Lau-Streifen

weisen periodische dreieckförmige Intensitätsverteilungen auf. Die dreidimensionale Intensitätsverteilung der Lau-Streifen um die Beobachtungsebene herum werden mathematisch, simulativ und messtechnisch untersucht. Die Lau-Streifen weisen eine vergrößerte bildseitige Schärfentiefe auf, wenn eine Lichtquelle mit einem schmalen Spektrum verwendet wird. Dies bietet einen Vorteil für die optische Lithographie auf gekrümmter Oberfläche.

Gleichzeitig gibt es noch viel Raum für weitere Forschungen auf dem Gebiet der Auflösungserhöhung mittels Fourier-Ptychographie und der optischen Lithographie mittels des Lau-Effekts. Bei der kohärenten Fourier-Ptychographie muss untersucht werden, wie die Reihenfolge der Teilspektren für das Zusammensetzen und der Überlappungsbereich der nebeneinanderstehenden Teilspektren die Rekonstruktion beeinflussen. Weiterhin muss eine Obergrenze der Fehler des Beleuchtungssystems anhand der Anforderung der Rekonstruktion hochauflöster Bilder erforscht werden.

Für den Lau-Effekt und seine Anwendung in der Lithographie können auch weitere Aspekte betrachtet werden. Erstens erzeugt das LED-Array im Vergleich zur einzelnen LED zwar erhöhte Intensitäten der Lau-Streifen, das Beleuchtungssystem ist jedoch nicht optimal. Denn zur Realisierung der räumlich inkohärenten Beleuchtung mit allen 7 LEDs kann das LED-Array nicht nah an der Linse, die zwischen ihm und dem ersten Gitter steht, justiert werden. Somit geht ein großer Teil der optischen Leistung der LEDs für die Beleuchtung verloren. Um das Licht des LED-Arrays möglichst gut auszunutzen, soll das Beleuchtungssystem optimiert werden. Dazu stehen die Optimierungsparameter wie z.B. Veränderung des Abstand zwischen zwei LEDs, sowie der Einsatz eines Linsen-Arrays [77, 106] statt der Linse zur Verfügung. Zweitens spielen die räumlichen Kohärenzeigenschaften der Beleuchtung für die Intensitätsverteilungen in der Beobachtungsebene eine wichtige Rolle. Es muss untersucht werden, ob der räumliche Kohärenzgrad der Beleuchtung anhand der Intensitätsänderung bestimmt werden kann. Für die Modellierung der partiell kohärenten Beleuchtung kann die elementare Funktion verwendet werden [107–111]. Drittens kann untersucht werden, ob Lau-Streifen entstehen können, wenn das erste Gitter durch strukturierte Beleuchtung ersetzt wird. Falls ja, ist das erste Gitter für den Versuchsaufbau nicht notwendig. Stattdessen kann die Abbildung des LED-Arrays verwendet werden. Die Lichtquelle kann nach dem Huygens-Fresnelschen Prinzip [112, 113] oder mittels der Rayleigh-Sommerfeld-Approximation [114–118] modelliert werden. Viertens haben die Lau-Streifen dreieckförmige Intensitätsverteilungen, d.h. kontinuierlich veränderte Intensitäten in jeder Periode. Es kann untersucht werden, wie sich mit passenden Lithographieprozessen nach der Entwicklung, z.B. Ätzen, Metallisierung, kleinere Strukturen erzeugen lassen. Hierzu kann auch der Negativlack verwendet werden. Fünftens kann das zweite Gitter um die optische Achse gedreht werden. Die Ergebnisse der komplexen Amplituden und Intensitäten können mittels der mathematischen Beschreibung im Kapitel 4 simuliert werden. Auf diese Weise ergeben sich möglicherweise weitere nützliche Strukturen für die Lithographie.

A Anhang

A.1 Ableitung der Lichtpropagation durch eine dünne Linse

$$\begin{aligned}
 u_f(x, y) &= \frac{e^{jkf}}{j\lambda f} \iint_{-\infty}^{\infty} u'_1(x_1, y_1) \cdot e^{\frac{jk}{2f}[(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2]} dx_1 dy_1 \\
 &= \frac{e^{jkf}}{j\lambda f} \cdot e^{j\frac{k}{2f}(x^2+y^2)} \iint_{-\infty}^{\infty} u'_1(x_1, y_1) \cdot e^{j\frac{k}{2f}(x_1^2+y_1^2)} \cdot e^{-j\frac{2\pi}{\lambda f}(x_1x+y_1y)} dx_1 dy_1 \\
 &= \frac{e^{jkf}}{j\lambda f} \cdot e^{j\frac{k}{2f}(x^2+y^2)} \iint_{-\infty}^{\infty} u_1(x_1, y_1) \cdot e^{-j\frac{k}{2f}(x_1^2+y_1^2)} \cdot e^{j\frac{k}{2f}(x_1^2+y_1^2)} \cdot e^{-j\frac{2\pi}{\lambda f}(x_1x+y_1y)} dx_1 dy_1 \\
 &= \frac{e^{jkf}}{j\lambda f} \cdot e^{j\frac{k}{2f}(x^2+y^2)} \cdot \mathcal{F}\{u_1(x_1, y_1)\}
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

A.2 Ableitung der Fourierkoeffizienten vom Transmissionsgitter

$$\begin{aligned}
 A_n &= \frac{1}{p} \int_{-p/2}^{p/2} T(x) \cdot e^{-j2\pi n\nu x} dx \\
 &= \frac{1}{p} \int_{-\frac{p_1}{2}}^{\frac{p_1}{2}} u_{p1} \cdot e^{-j2\pi n\nu x} dx + \frac{1}{p} \int_{-\frac{p}{2}}^{-\frac{p_1}{2}} u_{p2} \cdot e^{-j2\pi n\nu x} dx + \frac{1}{p} \int_{\frac{p_1}{2}}^{\frac{p}{2}} u_{p2} \cdot e^{-j2\pi n\nu x} dx \\
 &= \frac{1}{p} \cdot \frac{1}{-j2\pi n\nu} \cdot \left\{ u_{p1} \cdot \left[e^{-j2\pi n\nu x} \right]_{-\frac{p_1}{2}}^{\frac{p_1}{2}} + u_{p2} \cdot \left[e^{-j2\pi n\nu x} \right]_{-\frac{p}{2}}^{-\frac{p_1}{2}} + u_{p2} \cdot \left[e^{-j2\pi n\nu x} \right]_{\frac{p_1}{2}}^{\frac{p}{2}} \right\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{u_{p1}}{j2\pi n} \cdot (e^{j\pi n\delta} - e^{-j\pi n\delta}) + \frac{u_{p2}}{-j2\pi n} \cdot (e^{j\pi n\delta} - e^{j\pi n} + e^{-j\pi n} - e^{-j\pi n\delta}) \\
&= \frac{e^{j\pi n\delta} - e^{-j\pi n\delta}}{j2\pi n} (u_{p1} - u_{p2}) \\
&= \frac{2j\sin(\pi n\delta)}{j2\pi n} (u_{p1} - u_{p2}) \\
&= \frac{\sin(\pi n\delta)}{\pi n} (u_{p1} - u_{p2}) \quad (n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots) \quad (\text{A.2})
\end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned}
A_0 &= \frac{1}{p} \int_{-\frac{p_1}{2}}^{\frac{p_1}{2}} u_{p1} dx + \frac{1}{p} \int_{-\frac{p}{2}}^{-\frac{p_1}{2}} u_{p2} dx + \frac{1}{p} \int_{\frac{p_1}{2}}^{\frac{p}{2}} u_{p2} dx \\
&= \frac{1}{p} [u_{p1} \cdot 2 \cdot \frac{p_1}{2} + u_{p2}(-\frac{p_1}{2} + \frac{p}{2}) + u_{p2}(\frac{p}{2} - \frac{p_1}{2})] \\
&= (u_{p1} - u_{p2})\delta + u_{p2} \quad (\text{A.3})
\end{aligned}$$

A.3 Ableitung des Talbot-Teppichs

$$\begin{aligned}
&u_{g1}(x_2, y_2, z_2) \\
&= \frac{e^{jkz_2}}{j\lambda z_2} \cdot \iint_{-\infty}^{\infty} u_1(x_1, y_1, +0) \cdot e^{\frac{j\pi}{\lambda z_2}[(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2]} dx_1 dy_1 \\
&= \frac{e^{jkz_2}}{j\lambda z_2} \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m \iint_{-\infty}^{\infty} e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(x_1 \cos\alpha + y_1 \cos\beta)} e^{j2\pi m\nu x_1} \cdot e^{\frac{j\pi}{\lambda z_2}[(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2]} dx_1 dy_1 \\
&= \frac{e^{jkz_2}}{j\lambda z_2} \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m \int_{-\infty}^{\infty} e^{[j\frac{2\pi}{\lambda} \cos\alpha x_1 + j2\pi m\nu x_1 + \frac{j\pi}{\lambda z_2}(x_2-x_1)^2]} dx_1 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{[j\frac{2\pi}{\lambda} \cos\beta y_1 + \frac{j\pi}{\lambda z_2}(y_2-y_1)^2]} dy_1 \\
&= \frac{e^{jkz_2}}{j\lambda z_2} \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\frac{\pi}{\lambda z_2}[2x_1 z_2 \cos\alpha + 2\lambda z_2 m\nu x_1 + (x_2-x_1)^2]} dx_1 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\frac{\pi}{\lambda z_2}[2y_1 z_2 \cos\beta + (y_2-y_1)^2]} dy_1 \\
&\quad (\text{A.4})
\end{aligned}$$

Die Terme innerhalb der eckigen Klammern können wie folgt abgeleitet werden:

$$\begin{aligned}
& 2x_1z_2\cos\alpha + 2\lambda z_2m\nu x_1 + (x_2 - x_1)^2 \\
= & 2x_1z_2\cos\alpha + 2\lambda z_2m\nu x_1 + x_2^2 - 2x_1x_2 + x_1^2 \\
= & x_2^2 + x_1^2 - 2x_1(x_2 - z_2\cos\alpha - \lambda z_2m\nu) + (x_2 - z_2\cos\alpha - \lambda z_2m\nu)^2 \\
& - (x_2 - z_2\cos\alpha - \lambda z_2m\nu)^2 \\
= & [x_1 - (x_2 - z_2\cos\alpha - \lambda z_2m\nu)]^2 + [x_2^2 - (x_2 - m\lambda\nu z_2 - z_2\cos\alpha)^2] \\
= & [x_1 - (x_2 - z_2\cos\alpha - \lambda z_2m\nu)]^2 + [x_2^2 - (x_2^2 + m^2\lambda^2\nu^2 z_2^2 + z_2^2\cos^2\alpha \\
& - 2x_2m\lambda\nu z_2 - 2x_2z_2\cos\alpha + 2m\lambda\nu z_2z_2\cos\alpha)] \\
= & [x_1 - (x_2 - z_2\cos\alpha - \lambda z_2m\nu)]^2 + [-m^2\lambda^2\nu^2 z_2^2 + 2x_2m\lambda\nu z_2 \\
& - (z_2^2\cos^2\alpha - 2x_2z_2\cos\alpha + 2m\lambda\nu z_2^2\cos\alpha)]
\end{aligned} \tag{A.5}$$

und

$$\begin{aligned}
& 2y_1z_2\cos\beta + (y_2 - y_1)^2 \\
= & 2y_1z_2\cos\beta + y_2^2 - 2y_1y_2 + y_1^2 \\
= & y_2^2 + y_1^2 - 2y_1(y_2 - z_2\cos\beta) + (y_2 - z_2\cos\beta)^2 - (y_2 - z_2\cos\beta)^2 \\
= & [y_1 - (y_2 - z_2\cos\beta)]^2 + [y_2^2 - (y_2 - z_2\cos\beta)^2] \\
= & [y_1 - (y_2 - z_2\cos\beta)]^2 + [y_2^2 - (y_2^2 + z_2^2\cos^2\beta - 2y_2z_2\cos\beta)] \\
= & [y_1 - (y_2 - z_2\cos\beta)]^2 + (2y_2z_2\cos\beta - z_2^2\cos^2\beta).
\end{aligned} \tag{A.6}$$

Nach dem Einsatz von Gleichungen (A.5) und (A.6) in Gleichung (A.4) erhalten wir:

$$\begin{aligned}
& u_{g_1}(x_2, y_2, z_2) \\
= & \frac{e^{jkz_2}}{j\lambda z_2} \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m e^{-j\pi(m\nu)^2\lambda z_2} e^{j2\pi m\nu x_2} e^{\frac{j\pi}{\lambda}[-z_2\cos^2\alpha + 2x_2\cos\alpha - 2m\lambda\nu z_2\cos\alpha]} \cdot e^{\frac{j\pi}{\lambda}(2y_2\cos\beta - z_2\cos^2\beta)} \\
& \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\frac{\pi}{\lambda z_2}[x_1 - (x_2 - z_2\cos\alpha - \lambda z_2m\nu)]^2} dx_1 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\frac{\pi}{\lambda z_2}[y_1 - (y_2 - z_2\cos\beta)]^2} dy_1 \\
= & \frac{e^{jkz_2}}{j\lambda z_2} \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m e^{-j\pi(m\nu)^2\lambda z_2} e^{j2\pi m\nu x_2} e^{\frac{j\pi}{\lambda}[-z_2\cos^2\alpha + 2x_2\cos\alpha - 2m\lambda\nu z_2\cos\alpha]} \cdot e^{\frac{j\pi}{\lambda}(2y_2\cos\beta - z_2\cos^2\beta)} \\
& \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{j}\frac{\pi}{\lambda z_2}[x_1 - (x_2 - z_2\cos\alpha - \lambda z_2m\nu)]^2} dx_1 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{j}\frac{\pi}{\lambda z_2}[y_1 - (y_2 - z_2\cos\beta)]^2} dy_1 \\
= & \frac{e^{jkz_2}}{j\lambda z_2} \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m e^{-j\pi(m\nu)^2\lambda z_2} e^{j2\pi m\nu x_2} e^{\frac{j\pi}{\lambda}[-z_2\cos^2\alpha + 2x_2\cos\alpha - 2m\lambda\nu z_2\cos\alpha]} \cdot e^{\frac{j\pi}{\lambda}(2y_2\cos\beta - z_2\cos^2\beta)} \\
& \cdot \sqrt{\frac{j\lambda z_2}{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\{\sqrt{\frac{\pi}{j\lambda z_2}}[x_1 - (x_2 - z_2\cos\alpha - \lambda z_2m\nu)]\}^2} d\left(\sqrt{\frac{\pi}{j\lambda z_2}}(x_1 - (x_2 - z_2\cos\alpha - \lambda z_2m\nu))\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \cdot \sqrt{\frac{j\lambda z_2}{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\{\sqrt{\frac{\pi}{j\lambda z_2}}[y_1 - (y_2 - z_2 \cos \beta)]\}^2} d\left(\sqrt{\frac{\pi}{j\lambda z_2}}(y_1 - (y_2 - z_2 \cos \beta))\right) \\
&= \frac{e^{jkz_2}}{j\lambda z_2} \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m e^{-j\pi(m\nu)^2 \lambda z_2} e^{j2\pi m \nu x_2} e^{\frac{j\pi}{\lambda}[-z_2 \cos^2 \alpha + 2x_2 \cos \alpha - 2m\lambda \nu z_2 \cos \alpha]} \cdot e^{\frac{j\pi}{\lambda}(2y_2 \cos \beta - z_2 \cos^2 \beta)} \\
& \cdot \sqrt{\frac{j\lambda z_2}{\pi}} \cdot \sqrt{\pi} \cdot \sqrt{\frac{j\lambda z_2}{\pi}} \cdot \sqrt{\pi} \\
&= e^{jkz_2} \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m e^{-j\pi(m\nu)^2 \lambda z_2} e^{j2\pi m \nu x_2} e^{\frac{j\pi}{\lambda}[-z_2 \cos^2 \alpha + 2x_2 \cos \alpha - 2m\lambda \nu z_2 \cos \alpha]} \cdot e^{\frac{j\pi}{\lambda}(2y_2 \cos \beta - z_2 \cos^2 \beta)} \\
&= e^{jkz_2} e^{-\frac{j\pi}{\lambda} z_2 (\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta)} e^{\frac{j\pi}{\lambda} 2x_2 \cos \alpha} e^{\frac{j\pi}{\lambda} 2y_2 \cos \beta} \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m e^{-j\pi(m\nu)^2 \lambda z_2} e^{j2\pi m \nu x_2} e^{-j\pi 2m \nu z_2 \cos \alpha}.
\end{aligned}
\tag{A.7}$$

A.4 Simulationsergebnis des Talbot-Teppichs

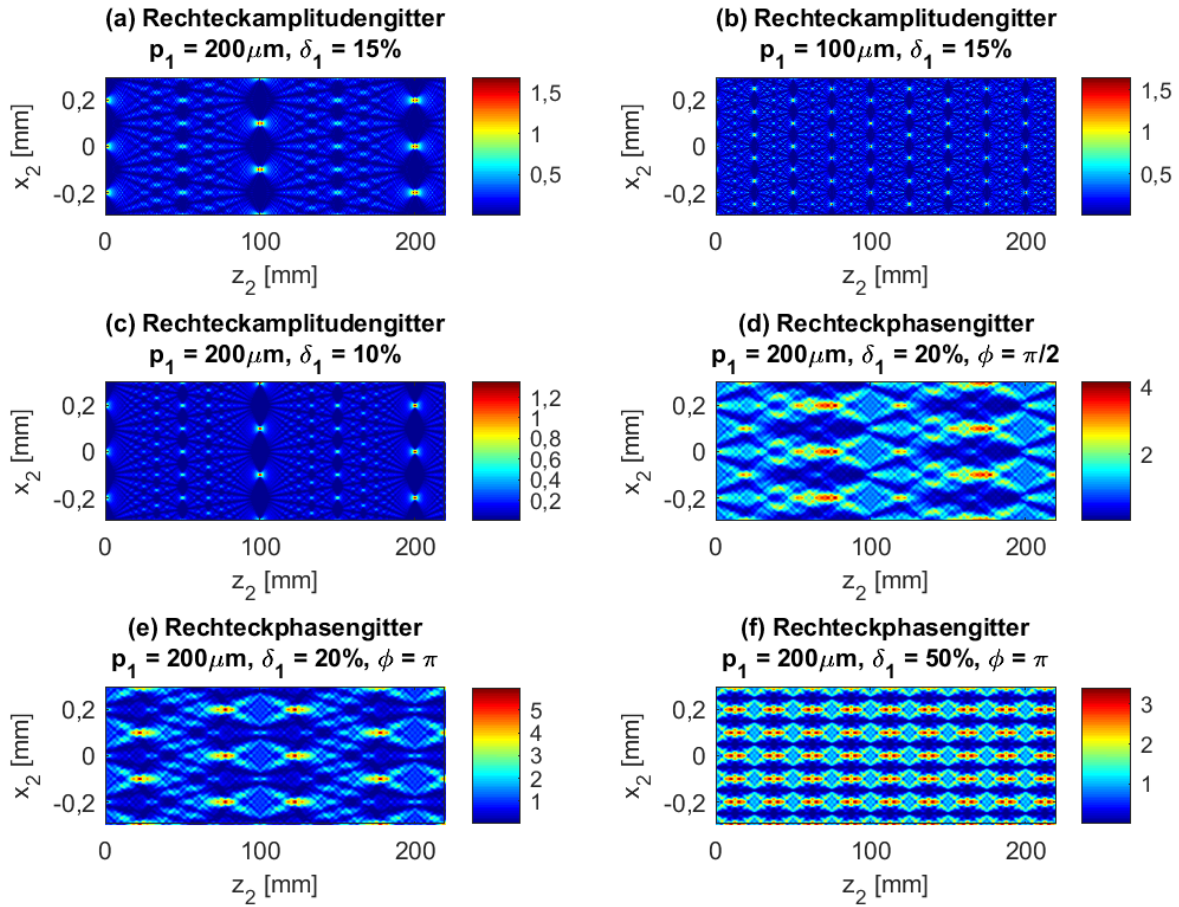


Abb. A.1: Simulationsergebnisse der Talbot-Teppiche unterschiedlicher Rechteckgitter für die Wellenlänge $\lambda = 400 \text{nm}$: (a) bis (c) Einsatz von einem Rechteckamplitudengitter. (d) bis (f) Einsatz von einem Rechteckphasengitter.

A.5 Ableitung der komplexen Amplituden der Lau-Streifen

$$\begin{aligned}
 u_\lambda(x_f, x'_1, y_f, y'_1) &= -\frac{1}{\lambda^2 f d} e^{jk(f+2d)} e^{j\frac{k}{2f}(1-\frac{d}{f})(x_f^2+y_f^2)} \mathcal{F}\{u_\lambda(x_2, x'_1, y_2, y'_1) \cdot g_2(x_2, y_2)\} \\
 &= -\frac{1}{\lambda^2 f d} e^{jk(f+2d)} e^{j\frac{k}{2f}(1-\frac{d}{f})(x_f^2+y_f^2)} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{jkz_2}}{j\lambda z_2} e^{\frac{jk}{2z_2}[(x_2-x'_1)^2+(y_2-y'_1)^2]}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \cdot g_2(x_2, y_2) e^{-j \frac{k}{f}(x_f \cdot x_2 + y_f \cdot y_2)} dx_2 dy_2 \\
= & -\frac{1}{\lambda^2 f d} e^{jk(f+2d)} e^{j \frac{k}{2f}(1-\frac{d}{f})(x_f^2 + y_f^2)} \frac{e^{jkz_2}}{j \lambda z_2} \iint_{-\infty}^{\infty} g_2(x_2, y_2) \cdot e^{\frac{jk}{2z_2} x_2^2} \cdot e^{\frac{jk}{2z_2} x_1'^2} \\
& \cdot e^{-\frac{jk}{z_2} x_2 x_1'} \cdot e^{-j \frac{k}{f} x_f \cdot x_2} \cdot e^{\frac{jk}{2z_2} y_2^2} \cdot e^{\frac{jk}{2z_2} y_1'^2} \cdot e^{-\frac{jk}{z_2} y_2 y_1'} \cdot e^{-j \frac{k}{f} y_f \cdot y_2} dx_2 dy_2 \\
= & -\frac{1}{\lambda^2 f d} e^{jk(f+2d)} e^{j \frac{k}{2f}(1-\frac{d}{f})(x_f^2 + y_f^2)} \frac{e^{jkz_2}}{j \lambda z_2} \cdot e^{\frac{jk}{2z_2}(x_1'^2 + y_1'^2)} \\
& \cdot \iint_{-\infty}^{\infty} g_2(x_2, y_2) \cdot e^{\frac{jk}{2z_2} x_2^2} \cdot e^{-\frac{jk}{z_2} x_2(x_1' + \frac{z_2}{f} x_f)} \cdot e^{\frac{jk}{2z_2} y_2^2} \cdot e^{-\frac{jk}{z_2} y_2(y_1' + \frac{z_2}{f} y_f)} dx_2 dy_2 \\
= & -\frac{1}{\lambda^2 f d} e^{jk(f+2d)} e^{j \frac{k}{2f}(1-\frac{d}{f})(x_f^2 + y_f^2)} \frac{e^{jkz_2}}{j \lambda z_2} \cdot e^{\frac{jk}{2z_2}(x_1'^2 + y_1'^2)} \cdot \iint_{-\infty}^{\infty} g_2(x_2, y_2) \\
& \cdot e^{\frac{jk}{2z_2} x_2^2} \cdot e^{-2 \cdot \frac{jk}{2z_2} x_2(x_1' + \frac{z_2}{f} x_f)} \cdot e^{\frac{jk}{2z_2}(x_1' + \frac{z_2}{f} x_f)^2} \cdot e^{-\frac{jk}{2z_2}(x_1' + \frac{z_2}{f} x_f)^2} \\
& \cdot e^{\frac{jk}{2z_2} y_2^2} \cdot e^{-2 \cdot \frac{jk}{2z_2} y_2(y_1' + \frac{z_2}{f} y_f)} \cdot e^{\frac{jk}{2z_2}(y_1' + \frac{z_2}{f} y_f)^2} \cdot e^{-\frac{jk}{2z_2}(y_1' + \frac{z_2}{f} y_f)^2} dx_2 dy_2 \\
= & -\frac{1}{\lambda^2 f d} e^{jk(f+2d)} e^{j \frac{k}{2f}(1-\frac{d}{f})(x_f^2 + y_f^2)} \frac{e^{jkz_2}}{j \lambda z_2} \cdot e^{\frac{jk}{2z_2}(x_1'^2 + y_1'^2)} \cdot e^{-\frac{jk}{2z_2}(x_1' + \frac{z_2}{f} x_f)^2} \\
& \cdot e^{-\frac{jk}{2z_2}(y_1' + \frac{z_2}{f} y_f)^2} \cdot \iint_{-\infty}^{\infty} g_2(x_2, y_2) \cdot e^{\frac{jk}{2z_2} x_2^2} \cdot e^{-2 \cdot \frac{jk}{2z_2} x_2(x_1' + \frac{z_2}{f} x_f)} \\
& \cdot e^{\frac{jk}{2z_2}(x_1' + \frac{z_2}{f} x_f)^2} \cdot e^{\frac{jk}{2z_2} y_2^2} \cdot e^{-2 \cdot \frac{jk}{2z_2} y_2(y_1' + \frac{z_2}{f} y_f)} \cdot e^{\frac{jk}{2z_2}(y_1' + \frac{z_2}{f} y_f)^2} dx_2 dy_2 \\
= & -\frac{1}{\lambda^2 f d} e^{jk(f+2d)} e^{j \frac{k}{2f}(1-\frac{d}{f})(x_f^2 + y_f^2)} \frac{e^{jkz_2}}{j \lambda z_2} \cdot e^{-\frac{jk}{f} x_1' x_f} \cdot e^{-\frac{jkz_2}{2} (\frac{x_f}{f})^2} \\
& \cdot e^{-\frac{jk}{f} y_1' y_f} \cdot e^{-\frac{jkz_2}{2} (\frac{y_f}{f})^2} \cdot \iint_{-\infty}^{\infty} g_2(x_2, y_2) \cdot e^{\frac{jk}{2z_2} [(x_1' + \frac{z_2}{f} x_f) - x_2]^2} \\
& \cdot e^{\frac{jk}{2z_2} [(y_1' + \frac{z_2}{f} y_f) - y_2]^2} dx_2 dy_2 \\
= & -\frac{e^{jkz_2}}{j \lambda^3 f d z_2} e^{jk(f+2d)} e^{j \frac{k}{2f}(1-\frac{d}{f})(x_f^2 + y_f^2)} \cdot e^{-\frac{jk}{f} x_1' x_f} \cdot e^{-\frac{jkz_2}{2} (\frac{x_f}{f})^2} \\
& \cdot e^{-\frac{jk}{f} y_1' y_f} \cdot e^{-\frac{jkz_2}{2} (\frac{y_f}{f})^2} \cdot \hat{g}_2(x_1' + \frac{z_2}{f} x_f, y_1' + \frac{z_2}{f} y_f) \tag{A.8}
\end{aligned}$$

A.6 Ableitung der Fresnel-Propagation hinter dem zweiten Gitter

$$\begin{aligned}
& u_\lambda(x_3, x'_1, y_3, y'_1) \\
&= \frac{e^{jkd}}{j\lambda d} \iint_{-\infty}^{\infty} u_\lambda(x_2, x'_1, y_2, y'_1) \cdot g_2(x_2, y_2) \cdot e^{\frac{jk}{2d}[(x_3-x_2)^2+(y_3-y_2)^2]} dx_2 dy_2 \\
&= \frac{e^{jkd}}{j\lambda d} \cdot \frac{e^{jkz_2}}{j\lambda z_2} \cdot \iint_{-\infty}^{\infty} g_2(x_2, y_2) \cdot e^{\frac{jk}{2z_2}[(x_2-x'_1)^2+(y_2-y'_1)^2]} \cdot e^{\frac{jk}{2d}[(x_3-x_2)^2+(y_3-y_2)^2]} dx_2 dy_2 \\
&= \frac{e^{jkd}}{j\lambda d} \cdot \frac{e^{jkz_2}}{j\lambda z_2} \cdot \iint_{-\infty}^{\infty} g_2(x_2, y_2) \cdot e^{\left(\frac{jk}{2z_2}+\frac{jk}{2d}\right)x_2^2} \cdot e^{\frac{jk}{2z_2}(-2x'_1x_2)+\frac{jk}{2d}(-2x_3x_2)} \cdot e^{\frac{jk}{2z_2}x_1'^2+\frac{jk}{2d}x_3^2} \\
&\quad \cdot e^{\left(\frac{jk}{2z_2}+\frac{jk}{2d}\right)y_2^2} \cdot e^{\frac{jk}{2z_2}(-2y'_1y_2)+\frac{jk}{2d}(-2y_3y_2)} \cdot e^{\frac{jk}{2z_2}y_1'^2+\frac{jk}{2d}y_3^2} dx_2 dy_2 \\
&= \frac{e^{jkd}}{j\lambda d} \cdot \frac{e^{jkz_2}}{j\lambda z_2} \cdot \iint_{-\infty}^{\infty} g_2(x_2, y_2) \cdot e^{\frac{jk(d+z_2)}{2dz_2}x_2^2} \cdot e^{-\frac{jk(d+z_2)}{2dz_2} \cdot \frac{2dz_2}{jk(d+z_2)} \cdot \frac{jk(2dx'_1+2z_2x_3)}{2dz_2} \cdot x_2} \\
&\quad \cdot e^{\frac{jk(dx_1'^2+z_2x_3^2)}{2dz_2}} \cdot e^{\frac{jk(d+z_2)}{2dz_2}y_2^2} \cdot e^{-\frac{jk(d+z_2)}{2dz_2} \cdot \frac{2dz_2}{jk(d+z_2)} \cdot \frac{jk(2dy'_1+2z_2y_3)}{2dz_2} \cdot y_2} \cdot e^{\frac{jk(dy_1'^2+z_2y_3^2)}{2dz_2}} dx_2 dy_2 \\
&= \frac{e^{jkd}}{j\lambda d} \cdot \frac{e^{jkz_2}}{j\lambda z_2} \cdot e^{\frac{jk(dx_1'^2+z_2x_3^2)}{2dz_2}} \cdot e^{\frac{jk(dy_1'^2+z_2y_3^2)}{2dz_2}} \cdot \iint_{-\infty}^{\infty} g_2(x_2, y_2) \\
&\quad \cdot e^{\frac{jk(d+z_2)}{2dz_2}\left(x_2-\frac{dx'_1+z_2x_3}{d+z_2}\right)^2} \cdot e^{-\frac{jk(d+z_2)}{2dz_2}\left(\frac{dx'_1+z_2x_3}{d+z_2}\right)^2} \\
&\quad \cdot e^{\frac{jk(d+z_2)}{2dz_2}\left(y_2-\frac{dy'_1+z_2y_3}{d+z_2}\right)^2} \cdot e^{-\frac{jk(d+z_2)}{2dz_2}\left(\frac{dy'_1+z_2y_3}{d+z_2}\right)^2} dx_2 dy_2 \\
&= \frac{e^{jkd}}{j\lambda d} \cdot \frac{e^{jkz_2}}{j\lambda z_2} \cdot e^{\frac{jk(dx_1'^2+z_2x_3^2)}{2dz_2}} \cdot e^{\frac{jk(dy_1'^2+z_2y_3^2)}{2dz_2}} \cdot e^{-\frac{jk(dx'_1+z_2x_3)^2}{2dz_2(d+z_2)}} \cdot e^{-\frac{jk(dy'_1+z_2y_3)^2}{2dz_2(d+z_2)}} \\
&\quad \cdot \iint_{-\infty}^{\infty} g_2(x_2, y_2) \cdot e^{\frac{jk(d+z_2)}{2dz_2}\left(x_2-\frac{dx'_1+z_2x_3}{d+z_2}\right)^2} \cdot e^{\frac{jk(d+z_2)}{2dz_2}\left(y_2-\frac{dy'_1+z_2y_3}{d+z_2}\right)^2} dx_2 dy_2 \\
&= \frac{e^{jkd}}{j\lambda d} \cdot \frac{e^{jkz_2}}{j\lambda z_2} \cdot e^{\frac{jk(dx_1'^2+z_2x_3^2)}{2dz_2}} \cdot e^{\frac{jk(dy_1'^2+z_2y_3^2)}{2dz_2}} \cdot e^{-\frac{jk}{2dz_2} \cdot \frac{d^2x_1'^2+2dx'_1z_2x_3+z_2^2x_3^2}{d+z_2}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \cdot e^{-\frac{jk}{2dz_2} \cdot \frac{d^2 y_1'^2 + 2dy_1' z_2 y_3 + z_2^2 y_3^2}{d+z_2}} \cdot \hat{g}_2\left(\frac{dx_1' + z_2 x_3}{d+z_2}, \frac{dy_1' + z_2 y_3}{d+z_2}\right) \\
&= \frac{e^{jkd}}{j\lambda d} \cdot \frac{e^{jkz_2}}{j\lambda z_2} \cdot \hat{g}_2\left(\frac{dx_1' + z_2 x_3}{d+z_2}, \frac{dy_1' + z_2 y_3}{d+z_2}\right) \cdot e^{\frac{jk}{2dz_2} \cdot \frac{(dx_1'^2 + z_2 x_3^2)(d+z_2)}{d+z_2} - \frac{jk}{2dz_2} \cdot \frac{d^2 x_1'^2 + 2dx_1' z_2 x_3 + z_2^2 x_3^2}{d+z_2}} \\
& \cdot e^{\frac{jk}{2dz_2} \cdot \frac{(dy_1'^2 + z_2 y_3^2)(d+z_2)}{d+z_2} - \frac{jk}{2dz_2} \cdot \frac{d^2 y_1'^2 + 2dy_1' z_2 y_3 + z_2^2 y_3^2}{d+z_2}} \\
&= \frac{e^{jkd}}{j\lambda d} \cdot \frac{e^{jkz_2}}{j\lambda z_2} \cdot \hat{g}_2\left(\frac{dx_1' + z_2 x_3}{d+z_2}, \frac{dy_1' + z_2 y_3}{d+z_2}\right) \cdot e^{\frac{jk(x_1'^2 - 2x_1' x_3 + x_3^2)}{2(d+z_2)}} \cdot e^{\frac{jk(y_1'^2 - 2y_1' y_3 + y_3^2)}{2(d+z_2)}} \quad (\text{A.9})
\end{aligned}$$

A.7 Ableitung der Fresnel-Propagation hinter der Fourierlinse

Angenommen ist, dass $(d+z_2) \neq f$ und $z_4 \neq \frac{f(d+z_2)}{d+z_2-f}$.

$$\begin{aligned}
& u_\lambda(x_4, x_1', y_4, y_1') \\
&= \frac{e^{jkz_4}}{j\lambda z_4} \iint_{-\infty}^{\infty} u_\lambda(x_3, x_1', y_3, y_1') \cdot e^{-\frac{jk}{2f}(x_3^2 + y_3^2)} \cdot e^{\frac{jk}{2z_4}[(x_4 - x_3)^2 + (y_4 - y_3)^2]} dx_3 dy_3 \\
&= \frac{e^{jkz_4}}{j\lambda z_4} \cdot \frac{e^{jkd}}{j\lambda d} \cdot \frac{e^{jkz_2}}{j\lambda z_2} \iint_{-\infty}^{\infty} e^{jk \frac{dz_2}{d+z_2}} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \cdot e^{-j\pi(n\nu_2)^2 \lambda \frac{dz_2}{d+z_2}} \cdot e^{j2\pi n \nu_2 \frac{dx_1' + z_2 x_3}{d+z_2}} \\
& \cdot e^{\frac{jk(x_1'^2 - 2x_1' x_3 + x_3^2)}{2(d+z_2)}} \cdot e^{\frac{jk(y_1'^2 - 2y_1' y_3 + y_3^2)}{2(d+z_2)}} \cdot e^{-\frac{jk}{2f}(x_3^2 + y_3^2)} \cdot e^{\frac{jk}{2z_4}[(x_4 - x_3)^2 + (y_4 - y_3)^2]} dx_3 dy_3 \\
&= \frac{e^{jkz_4}}{j\lambda z_4} \cdot \frac{e^{jkd}}{j\lambda d} \cdot \frac{e^{jkz_2}}{j\lambda z_2} \cdot e^{jk \frac{dz_2}{d+z_2}} \cdot e^{\frac{jkx_1'^2}{2(d+z_2)}} \cdot e^{\frac{jky_1'^2}{2(d+z_2)}} \cdot e^{\frac{jkx_4^2}{2z_4}} \cdot e^{\frac{jky_4^2}{2z_4}} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \cdot e^{-j\pi(n\nu_2)^2 \lambda \frac{dz_2}{d+z_2}} \\
& \cdot e^{j2\pi n \nu_2 \frac{dx_1'}{d+z_2}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{[\frac{jk}{2(d+z_2)} - \frac{jk}{2f} + \frac{jk}{2z_4}]x_3^2} \cdot e^{[\frac{j2\pi n \nu_2 z_2}{d+z_2} - \frac{jkx_1'}{d+z_2} - \frac{jkx_4}{z_4}]x_3} dx_3 \\
& \int_{-\infty}^{\infty} e^{[\frac{jk}{2(d+z_2)} - \frac{jk}{2f} + \frac{jk}{2z_4}]y_3^2} \cdot e^{[-\frac{jky_1'}{d+z_2} - \frac{jky_4}{z_4}]y_3} dy_3 \\
&= \frac{e^{jkz_4}}{j\lambda z_4} \cdot \frac{e^{jkd}}{j\lambda d} \cdot \frac{e^{jkz_2}}{j\lambda z_2} \cdot e^{jk \frac{dz_2}{d+z_2}} \cdot e^{\frac{jkx_1'^2}{2(d+z_2)}} \cdot e^{\frac{jky_1'^2}{2(d+z_2)}} \cdot e^{\frac{jkx_4^2}{2z_4}} \cdot e^{\frac{jky_4^2}{2z_4}} \\
& \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \cdot e^{-j\pi(n\nu_2)^2 \lambda \frac{dz_2}{d+z_2}} \cdot e^{j2\pi n \nu_2 \frac{dx_1'}{d+z_2}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{jk[fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)]}{2fz_4(d+z_2)}} x_3^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \cdot e^{\frac{jk[fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)]}{2fz_4(d+z_2)}} \cdot \frac{2fz_4(d+z_2)}{jk[fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)]} \cdot \frac{j2\pi n\nu_2 z_2 z_4 - jk[x'_1 z_4 + x_4(d+z_2)]}{z_4(d+z_2)} \cdot x_3 dx_3 \\
& \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{jk[fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)]}{2fz_4(d+z_2)}} y_3^2 \cdot e^{\frac{jk[fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)]}{2fz_4(d+z_2)}} \cdot \frac{2fz_4(d+z_2)}{jk[fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)]} \cdot \frac{-jk[y'_1 z_4 + y_4(d+z_2)]}{z_4(d+z_2)} \cdot y_3 dy_3 \\
& = \frac{e^{jkz_4}}{j\lambda z_4} \cdot \frac{e^{jkd}}{j\lambda d} \cdot \frac{e^{jkz_2}}{j\lambda z_2} \cdot e^{jk \frac{dz_2}{d+z_2}} \cdot e^{\frac{jkx_1'^2}{2(d+z_2)}} \cdot e^{\frac{jk y_1'^2}{2(d+z_2)}} \cdot e^{\frac{jkx_4^2}{2z_4}} \cdot e^{\frac{jk y_4^2}{2z_4}} \\
& \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \cdot e^{-j\pi(n\nu_2)^2 \lambda \frac{dz_2}{d+z_2}} \cdot e^{j2\pi n\nu_2 \frac{dx'_1}{d+z_2}} \\
& \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{jk[fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)]}{2fz_4(d+z_2)}} x_3^2 \cdot e^{\frac{jk[fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)]}{2fz_4(d+z_2)}} \cdot \frac{2f\{j2\pi n\nu_2 z_2 z_4 - jk[x'_1 z_4 + x_4(d+z_2)]\}}{jk[fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)]} \cdot x_3 dx_3 \\
& \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{jk[fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)]}{2fz_4(d+z_2)}} y_3^2 \cdot e^{\frac{jk[fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)]}{2fz_4(d+z_2)}} \cdot \frac{-2f[y'_1 z_4 + y_4(d+z_2)]}{fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)} \cdot y_3 dy_3 \tag{A.10}
\end{aligned}$$

Die zwei Integrale in Gleichung (A.10) können wie folgt vereinfacht werden:

$$\begin{aligned}
& \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{jk[fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)]}{2fz_4(d+z_2)}} x_3^2 \cdot e^{\frac{jk[fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)]}{2fz_4(d+z_2)}} \cdot \frac{2f\{j2\pi n\nu_2 z_2 z_4 - jk[x'_1 z_4 + x_4(d+z_2)]\}}{jk[fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)]} \cdot x_3 dx_3 \\
& = \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{jk[fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)]}{2fz_4(d+z_2)}} \cdot \left(x_3 + \frac{f\{j2\pi n\nu_2 z_2 z_4 - jk[x'_1 z_4 + x_4(d+z_2)]\}}{jk[fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)]}\right)^2 \\
& \cdot e^{-\frac{jk[fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)]}{2fz_4(d+z_2)}} \cdot \left(\frac{f\{j2\pi n\nu_2 z_2 z_4 - jk[x'_1 z_4 + x_4(d+z_2)]\}}{jk[fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)]}\right)^2 dx_3 \\
& = e^{-\frac{jk[fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)]}{2fz_4(d+z_2)}} \cdot \left(\frac{f\{j2\pi n\nu_2 z_2 z_4 - jk[x'_1 z_4 + x_4(d+z_2)]\}}{jk[fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)]}\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{j\pi 2fz_4(d+z_2)}{k[fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)]}} \\
& = e^{-\frac{jkf\{j\lambda n\nu_2 z_2 z_4 - [x'_1 z_4 + x_4(d+z_2)]\}^2}{2z_4(d+z_2)[fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)]}} \cdot \sqrt{\frac{j\lambda f z_4(d+z_2)}{fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)}} \tag{A.11}
\end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned}
& \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{jk[fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)]}{2fz_4(d+z_2)}} y_3^2 \cdot e^{\frac{jk[fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)]}{2fz_4(d+z_2)}} \cdot \frac{-2f[y'_1 z_4 + y_4(d+z_2)]}{fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)} \cdot y_3 dy_3 \\
& = \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{jk[fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)]}{2fz_4(d+z_2)}} \cdot \left(y_3 - \frac{f[y'_1 z_4 + y_4(d+z_2)]}{fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)}\right)^2 \\
& \cdot e^{-\frac{jk[fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)]}{2fz_4(d+z_2)}} \cdot \left(\frac{f[y'_1 z_4 + y_4(d+z_2)]}{fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)}\right)^2 dy_3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= e^{-\frac{jk[fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)]}{2fz_4(d+z_2)} \cdot \left(\frac{f[y'_1 z_4 + y_4(d+z_2)]}{fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)}\right)^2} \cdot \sqrt{\frac{j\pi 2fz_4(d+z_2)}{k[fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)]}} \\
&= e^{-\frac{jkf[y'_1 z_4 + y_4(d+z_2)]^2}{2z_4(d+z_2)[fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)]}} \cdot \sqrt{\frac{j\lambda fz_4(d+z_2)}{fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)}} \quad (\text{A.12})
\end{aligned}$$

Nach dem Einsatz von Gleichungen (A.11) und (A.12) in Gleichung (A.10) erhalten wir:

$$\begin{aligned}
&u_\lambda(x_4, x'_1, y_4, y'_1) \\
&= \frac{e^{jkz_4}}{j\lambda z_4} \cdot \frac{e^{jkd}}{j\lambda d} \cdot \frac{e^{jkz_2}}{j\lambda z_2} \cdot e^{jk\frac{dz_2}{d+z_2}} \cdot e^{\frac{jkx_1'^2}{2(d+z_2)}} \cdot e^{\frac{jky_1'^2}{2(d+z_2)}} \cdot e^{\frac{jkx_4^2}{2z_4}} \cdot e^{\frac{jky_4^2}{2z_4}} \\
&\quad \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \cdot e^{-j\pi(n\nu_2)^2 \lambda \frac{dz_2}{d+z_2}} \cdot e^{j2\pi n\nu_2 \frac{dx'_1}{d+z_2}} \cdot e^{-\frac{jkf\{\lambda n\nu_2 z_2 z_4 - [x'_1 z_4 + x_4(d+z_2)]\}^2}{2z_4(d+z_2)[fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)]}} \\
&\quad \cdot e^{-\frac{jkf[y'_1 z_4 + y_4(d+z_2)]^2}{2z_4(d+z_2)[fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)]}} \cdot \frac{j\lambda fz_4(d+z_2)}{fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)} \\
&= -\frac{f(d+z_2)}{\lambda^2 dz_2 [fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)]} \cdot e^{j\varphi_{3D}} \\
&\quad \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \cdot e^{-j\pi(n\nu_2)^2 \lambda \frac{dz_2}{d+z_2}} \cdot e^{j2\pi n\nu_2 \frac{dx'_1}{d+z_2}} \cdot e^{-\frac{jkf\{\lambda n\nu_2 z_2 z_4 - [x'_1 z_4 + x_4(d+z_2)]\}^2}{2z_4(d+z_2)[fz_4 - z_4(d+z_2) + f(d+z_2)]}}. \quad (\text{A.13})
\end{aligned}$$

Abbildungsverzeichnis

2.1	Geometrische Anordnung des Huygens-Fresnelschen Prinzips	3
2.2	Beugung des Lichts an der Apertur Σ	4
2.3	Propagation des Winkelspektrums im freien Raum	8
2.4	Lichtausbreitung durch eine Linse	10
2.5	Transmissionsgitter	11
2.6	Wiener-Khinchin-Theorem	14
2.7	Michelson-Interferometer	14
2.8	Kohärenzeigenschaften der partiell kohärenten ebenen Wellen	16
2.9	Doppelspaltinterferometer von Young	17
2.10	Linse als Phasentransformator	19
2.11	Verallgemeinertes Modell eines Abbildungssystems	20
2.12	Übertragungsfunktion	23
2.13	Schnittpunktabweichung	24
2.14	Wellenaberrationen	25
2.15	Wellenaberration in Wellenoptik	26
2.16	Diagramm zum Gerchberg-Saxton-Algorithmus	27
2.17	Diagramm zum Eingabe-Ausgabe-Algorithmus	28
3.1	Räumlich kohärentes $4f$ -Abbildungssystem unter dem horizontalen Beleuchtungswinkel	33
3.2	Betrag der Übertragungsfunktion unter horizontaler Beleuchtung	34
3.3	Räumlich kohärentes $4f$ -Abbildungssystem unter einem schrägen Beleuchtungswinkel	35
3.4	Einfluss des Beleuchtungswinkels auf $ H(f_X, f_Y) $	36
3.5	Schematische Darstellung der n -ten Iteration des kFP-Algorithmus	38
3.6	Siemensstern als Objekt	39
3.7	Logarithmische Darstellung des Betrags des Teilspektrums unter verschiedenen Beleuchtungswinkeln	39
3.8	Niedrigaufgelöste Intensitätsbilder unter unterschiedlichen Beleuchtungswinkeln	40
3.9	Rekonstruktion hochaufgelöster Intensitätsbilder mittels des kFP-Algorithmus	41
3.10	Mittlerer quadratischer Fehler mittels des kFP-Algorithmus	42
3.11	Rekonstruktion der CTF mittels des kFP-Algorithmus	42
3.12	Schematische Darstellung der n -ten Iteration des EPRY-FPM-Algorithmus	44
3.13	Einsatz der Wellenaberrationen im $4f$ -Abbildungssystem in der Aperturblende $P(u, v)$	45

3.14	Vergleich der Rekonstruktion mittels des kFP-Algorithmus und des EPRY-FPM-Algorithmus	46
3.15	Mittlerer quadratischer Fehler mittels des kFP-Algorithmus und des EPRY-FPM-Algorithmus	47
3.16	Einfluss der Aberrationen des Beleuchtungssystems auf die Rekonstruktion mittels des kFP-Algorithmus jeweils nach $n = 1$ und $n = 100$ Iterationen	49
3.17	Erfolgreiche Rekonstruktion der Abbildung $u_{ob}(x, y)$	50
3.18	Nicht erfolgreiche Rekonstruktion der Abbildung $u_{ob}(x, y)$	50
3.19	Fehleranalyse der Beleuchtungskonzepte mittels ZEMAX	52
3.20	Versuchsaufbau der planaren Anordnung der Beleuchtung	55
3.21	Intensitäten der roten LEDs	56
3.22	Mittels des SHS aufgenommene und durch die Zernike-Entwicklung dargestellte Wellenfronten	56
3.23	Aufgenommene Intensitätsbilder mit einzelner eingeschalteten roten LED	57
3.24	Rekonstruierte Intensitätsbilder aus jeweils 9 und 25 aufgenommenen Intensitätsbildern mittels des kFP-Algorithmus	58
3.25	Versuchsaufbau der kugelförmigen Anordnung der Beleuchtung	59
3.26	Rekonstruierte Intensitätsbilder aus 9, 25, 48 und 81 aufgenommenen Intensitätsbildern mittels des kFP-Algorithmus	61
3.27	Rekonstruierte Intensitätsbilder aus 3, 5, 7 und 9 aufgenommenen Intensitätsbildern mittels des kFP-Algorithmus	62
3.28	Einfluss der Frequenz der strukturierten Beleuchtung auf die Rekonstruktion mittels des iFP-Algorithmus	64
3.29	Schematische Darstellung der n -ten Iteration des iFP-Algorithmus	65
3.30	Rekonstruktion hochauflöster Intensitätsbilder mittels des iFP-Algorithmus	66
4.1	Einsatz der räumlich kohärenten Beleuchtung im Lau-Versuchsaufbau	71
4.2	Einfluss des Beleuchtungswinkels auf den Talbot-Teppich für zwei unterschiedliche Wellenlängen	73
4.3	Intensitätsänderung aufgrund lateraler Verschiebung des zweiten Gitters	75
4.4	Intensitätsänderung aus einem bestimmten Pixel der 5-ten Beugungsordnung aufgrund der Parameteränderung und der lateralen Verschiebung des zweiten Gitters	76
4.5	Einsatz einer rotierenden Streuscheibe im Lau-Versuchsaufbau	77
4.6	Veränderung der Intensitätsverteilung aufgrund des Einsatzes von einer rotierenden Streuscheibe	78
4.7	Prinzip der Köhlerschen Beleuchtung	79
4.8	Simulationsergebnis der Intensitäten unter verschiedenen Beleuchtungswinkeln	80
4.9	Versuchsaufbau zum Lau-Effekt	81
4.10	Intensitätsverteilung hinter dem ersten Gitter	83
4.11	Lau-Streifen jeweils beim Abstand $z_2 = 100mm$ und $z_2 = 150mm$	84
4.12	Perioden und Intensitäten der Lau-Streifen in Abhängigkeit vom Abstand zwischen den zwei Gittern	85

4.13	Einfluss der lateralen Verschiebung des zweiten Gitters auf die Lau-Streifen	85
4.14	Simulationsergebnis des Lau-Effekts in Abhängigkeit der Gittertypen und Gitterparameter	86
4.15	Versuchsaufbau zum Lau-Effekt mit einem UV-LED-Array	88
4.16	Aufgenommene Intensitätsbilder der Lau-Streifen jeweils mit einem LED-Array und einer einzelnen LED aus dem LED-Array	88
4.17	Versuchsaufbau zur Messung der Intensitätsverteilung hinter der Fourierlinse	89
4.18	Simulationsergebnis der 3D-Intensitätsfeldverteilung um die Beobachtungsebene herum	91
4.19	Messergebnis der 3D-Intensitätsfeldverteilung um die Beobachtungsebene herum	92
4.20	Messergebnis der durch die Lithographie auf planaren Glaswafern jeweils bei Beleuchtung mit dem UV-LED-Array und einer einzelnen LED aus dem UV-LED-Array erzeugten Strukturen	94
4.21	Messergebnis der durch die Lithographie auf einem planaren Glaswafer erzeugten Strukturen aufgrund der Rotation des zweiten Gitters	94
4.22	Messergebnis der durch die Lithographie auf einer plankonvexen asphärischen Linse ($f = 55mm$) erzeugten Strukturen	95
4.23	Sequentielle Erzeugung der Lau-Streifen mit unterschiedlichen Intensitäten und Perioden durch Einstellung der Beleuchtungswinkel und des Abstands zwischen den zwei Gittern	98
A.1	Simulationsergebnisse der Talbot-Teppiche unterschiedlicher Rechteckgitter für die Wellenlänge $\lambda = 400nm$	105

Tabellenverzeichnis

2.1	Fourierkoeffizienten von Rechteckgittern	12
3.1	Parameter der Beleuchtungssysteme der drei Versuche	60

Abkürzungsverzeichnis und Formelzeichen

$*$	Faltung
α, β	Winkel oder Konstante
\circledast	Korrelation
$\Delta\lambda$	Hälfte der spektralen Bandbreite
$\Delta s'$	Längsabweichung
$\Delta x', \Delta y'$	Querabweichung
δ	Tastverhältnis der Gitter
$\Delta\alpha, \Delta\beta$	Differenz der Winkel
Δ_{x1}, Δ_{x2}	Pixelgröße
λ, λ_0	Wellenlänge
$\mathcal{F}, F.T.$	Fourier-Transformation
$\mathcal{H}(f_X, f_Y)$	optische Übertragungsfunktion bzw. Übertragungsfunktion in- kohärenter Abbildung
\mathcal{P}	Pupillenfunktion
\vec{e}_k	Richtungskosinus
$\Phi(u, v; u_m)$	Teilspektrum
ρ	Kohärenzabstand
Σ, Σ_E	Wellenfront
$\tau, \tau_1, \tau_{-1}, \tau_x$	Zeitverzögerung
τ_k	Kohärenzzeit
$\theta, \theta_x, \theta_Q, \alpha_\xi, \beta_\eta, \gamma_{z0}, \alpha_x, \beta_y, \gamma_z, \gamma, \alpha, \beta$	Winkel
$\varnothing_1, \varnothing_2$	Durchmesser
$\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2, \varphi, \varphi_{3D}, \varphi_n, \theta'_n, \theta_{n+1}$	Phase
A	Amplitude des Einheitsabstands oder Konstante
A_k	Kohärenzfläche

A_m, A_n	Fourierkoeffizienten der Gitter
B, B_n, E^2	mittlerer quadratischer Fehler
c	Lichtgeschwindigkeit
$d, d_0, z, z_0, z_1, z_2, z_4, z_i$	Abstand
$d\sigma$	Flächenelement
dx, dy, p	Periode
f, f_1, f_2	Brennweite der Linse
f_0	Grenzfrequenz
$f_X, f_Y, \nu, \nu_1, \nu_2, \varphi_\xi, \varphi_\eta, \varphi, f_{sBel}$	Ortsfrequenz oder Raumfrequenz
G, G_a	Kohärenzfunktion
g, g_a	Kohärenzgrad
$H(f_X, f_Y)$	Übertragungsfunktion im freien Raum oder Übertragungsfunktion der kohärenten Abbildung
$h(x, y)$	Impulsantwort
h_n	Konstante
h_s	Stufenhöhe der Rechteckphasengitter
h_{ein}	Einfallshöhe der Strahlen
$I, I_1, I_h, I_l, I_m, I_\lambda$	Intensität
$i.F.T.$	inverse Fourier-Transformation
j	imaginäre Einheit
k	Kreiswellenzahl der Wellenlänge
$K(\theta)$	Neigungsfaktor
l_k	Kohärenzlänge
M	Abbildungsmaßstab oder Anzahl der aufgenommenen Intensitätsbilder
n_0, n_1	Brechzahl
NA_1, NA_2	numerische Apertur
P	Bildpunkt oder Pupillenfunktion
Q	ein Punkt auf der Wellenfront oder ein Objektpunkt
R	Radius
r	Radius oder Abstand
S	Punktlichtquelle oder Winkelspektrum
$S(\nu), S(\nu_1), S(\nu_2)$...	Spektrum

$S(u, v)$	das gesamte Fourierspektrum
S', Q'	Bildpunkt
T	Zeit
t	Transmissionsfunktion der Linse oder Zeit
$T(x, y), T(x), T_A, T_P$	Transmissionsgitter
u_1	Betrag der zwei Gebiete jeder Periode der Gitter oder komplexe Amplituden des Feldes
$U_1, U_2, U_o, U_i, U_{ob}, \Phi$..	Winkelspektrum
u_2	Betrag der zwei Gebiete jeder Periode der Gitter
$u_o, u'_1, u_f, a(t - \frac{z}{c}), u_i, \phi, s, g_1, g_2, u_{g_1}, u_{g_1 g_2}, u_\lambda, \hat{g}_2$	komplexe Amplituden des Feldes
u_{p1}, u_{p2}	komplexe Amplituden der zwei Gebiete jeder Periode der Gitter
W	Wellenaberration
z	Abstand oder die z -Achse
Z_T	Talbotlänge
BE	Bildebene
CTF	Übertragungsfunktion kohärenter Abbildung
DFT	diskrete Fourier-Transformation
engl.:	Englisch
FL	Fourierlinse
FPM	Fourier-Ptychographie-Mikroskopie
GBE	Gaußsche Bildebene
GS	Gerchberg-Saxton
iFP	inkohärente Fourier-Ptychographie
iFPM	inkohärente Fourier-Ptychographie-Mikroskopie
kFP	kohärente Fourier-Ptychographie
kFPM	kohärente Fourier-Ptychographie-Mikroskopie
OTF	optische Übertragungsfunktion bzw. Übertragungsfunktion in- kohärenter Abbildung
PALM	Photoactivated localization microscopy
SBP	Raum-Bandbreite-Produkt (engl.: space-bandwidth product)
SIM	Structured illumination microscopy
STED	Stimulated emission depletion
STORM	Stochastic optical reconstruction microscopy

Literaturverzeichnis

- [1] ZHENG, G. ; KOLNER, C. ; YANG, C.: Microscopy refocusing and dark-field imaging by using a simple LED array. In: *Opt. Lett.* 36 (2011), Oktober, Nr. 20, S. 3987–3989
- [2] CHENG, Y. ; STRACHAN, M. ; WEISS, Z. u. a.: Illumination pattern design with deep learning for single-shot Fourier ptychographic microscopy. In: *Opt. Express* 27 (2019), Januar, Nr. 2, S. 644–656
- [3] ZHANG, J. ; XU, T. ; SHEN, Z. u. a.: Fourier ptychographic microscopy reconstruction with multiscale deep residual network. In: *Opt. Express* 27 (2019), März, Nr. 6, S. 8612–8625
- [4] BERNASCONI, J. ; SCHARF, T. ; VOGLER, U. u. a.: High-power modular LED-based illumination systems for mask-aligner lithography. In: *Opt. Express* 26 (2018), April, Nr. 9, S. 11503–11512
- [5] JIANG, H. ; SUN, X. ; YANG, R. u. a.: Design of UV LED illumination system for direct imaging lithography. In: *Opt. Eng.* 58 (2019), Nr. 7, S. 1–6
- [6] HUANG, J.: The illumination design of UV LED array for lithography. In: *Proc. SPIE 10587, Optical Microlithography XXXI*, 2018, S. 278–285
- [7] ZHENG, G. ; HORSTMAYER, R. ; YANG, C.: Wide-field, high-resolution Fourier ptychographic microscopy. In: *Nat. Photonics* 7 (2013), Nr. 9, S. 739–745
- [8] ZHENG, G. ; OU, X. ; HORSTMAYER, R. u. a.: Fourier Ptychographic Microscopy: A Gigapixel Superscope for Biomedicine. In: *Opt. Photon. News* 25 (2014), April, Nr. 4, S. 26–33
- [9] OU, X. ; HORSTMAYER, R. ; YANG, C. ; ZHENG, G.: Quantitative phase imaging via Fourier ptychographic microscopy. In: *Opt. Lett.* 38 (2013), November, Nr. 22, S. 4845–4848
- [10] DONG, S. ; NANDA, P. ; SHIRADKAR, R. u. a.: High-resolution fluorescence imaging via pattern-illuminated Fourier ptychography. In: *Opt. Express* 22 (2014), August, Nr. 17, S. 20856–20870
- [11] DONG, S. ; NANDA, P. ; GUO, K. u. a.: Incoherent Fourier ptychographic photography using structured light. In: *Photonics Research* 3 (2015), Februar, Nr. 1, S. 19–23
- [12] XIE, Z. ; QI, B. ; MA, H. u. a.: Optical Transfer Function Reconstruction in Incoherent Fourier Ptychography. In: *Chin. Phys. Lett.* 33 (2016), April, Nr. 4, S. 044206

- [13] ISOYAN, A. ; JIANG, F. ; CHENG, Y. u. a.: Talbot lithography: Self-imaging of complex structures. In: *Journal of Vacuum Science & Technology B: Microelectronics and Nanometer Structures Processing, Measurement, and Phenomena* 27 (2009), November
- [14] SOLAK, H.H. ; DAIS, C. ; CLUBE, F.: Displacement Talbot lithography: a new method for high-resolution patterning of large areas. In: *Opt. Express* 19 (2011), Mai, Nr. 11, S. 10686–10691
- [15] STUERZEBECHER, L. ; HARZENDORF, T. ; VOGLER, U. u. a.: Advanced mask aligner lithography: Fabrication of periodic patterns using pinhole array mask and Talbot effect. In: *Opt. Express* 18 (2010), September, Nr. 19, S. 19485–19494
- [16] ZEITNER, U. ; STUERZEBECHER, L. ; HARZENDORF, T. u. a.: Sub-micrometer pattern generation by diffractive mask-aligner lithography. (2012), Februar, S. 82490Q–82490Q
- [17] BORN, M. ; WOLF, E. ; BHATIA, A. u. a.: *Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light*. 7. Auflage. Cambridge University Press, 1999
- [18] GOODMAN, J.W.: *Introduction to Fourier Optics*. 3. Auflage. McGraw-Hill
- [19] SALEH, B.E.A. ; TEICH, M.C.: *Fundamentals of Photonics*. 1. Auflage. John Wiley & Sons, 1991
- [20] PÉREZ, J.P.: *Optik*. Spektrum Akademischer Verlag, 1996
- [21] HECHT, E.: *Optik*. 5. Auflage. De Gruyter Oldenbourg, 2009
- [22] LIPSON, S.G. ; LIPSON, H.S. ; TANNHAUSER, D.S.: *Optik*. Springer, 1997
- [23] PEDROTTI, F. ; PEDROTTI, L. ; BAUSCH, W. ; SCHMIDT, H.: *Optik für Ingenieure: Grundlagen*. 4. Auflage. Springer, 2008
- [24] JAHNS, J.: *Photonik: Grundlagen, Komponenten und Systeme*. De Gruyter Oldenbourg, 2001
- [25] NAUMANN, H. ; SCHRÖDER, G. ; LÖFFLER-MANG, M.: *Handbuch Bauelemente der Optik: Grundlagen, Werkstoffe, Geräte, Messtechnik*. Carl Hanser Verlag GmbH & Company KG, 2014
- [26] RAYLEIGH, L.: XV. On the theory of optical images, with special reference to the microscope. In: *Philos. Mag., Series 5* 42 (1896), Nr. 255, S. 167–195
- [27] R.W. GERCHBERG ; SAXTON, W.O.: A Practical Algorithm for the Determination of Phase from Image and Diffraction Plane Pictures. In: *Optik* 35 (1972), Nr. 2
- [28] FIENUP, J.R.: Phase retrieval algorithms: a comparison. In: *Appl. Opt.* 21 (1982), August, Nr. 15, S. 2758–2769
- [29] FIENUP, J.R.: Reconstruction of an object from the modulus of its Fourier transform. In: *Opt. Lett.* 3 (1978), Juli, Nr. 1, S. 27–29

- [30] FIENUP, J.R.: *Improved Synthesis and Computational Methods for Computer-Generated Holograms*. 1975
- [31] FIENUP, J.R.: Space Object Imaging Through The Turbulent Atmosphere. In: *Opt. Eng.* 18 (1979), Nr. 5, S. 529–534
- [32] FIENUP, J.R.: Iterative Method Applied To Image Reconstruction And To Computer-Generated Holograms. In: *Opt. Eng.* 19 (1980), Nr. 3, S. 297–305
- [33] SAXTON, W.O.: *Computer techniques for image processing in electron microscopy*. Academic Press Inc., New York, 1978
- [34] GALLAGHER, N.C. ; LIU, B.: Method for Computing Kinoforms that Reduces Image Reconstruction Error. In: *Appl. Opt.* 12 (1973), Oktober, Nr. 10, S. 2328–2335
- [35] BOUCHER, R.H.: Convergence Of Algorithms For Phase Retrieval From Two Intensity Distributions. In: *Proc. SPIE 0231, 1980 Intl Optical Computing Conf I*, 1980, S. 130–141
- [36] BRACEWELL, R.N.: *The Fourier Transform and Its Applications*. 3. Auflage. McGraw-Hill, 1999
- [37] FEDER, D.P.: Automatic Optical Design. In: *Appl. Opt.* 2 (1963), Dezember, Nr. 12, S. 1209–1226
- [38] LOHMANN, A.W. ; DORSCH, R.G. ; MENDLOVIC, D. u. a.: Space-bandwidth product of optical signals and systems. In: *J. Opt. Soc. Am. A* 13 (1996), März, Nr. 3, S. 470–473
- [39] LOHMANN, A.W. ; SINZINGER, S. (Hrsg.): *Optical information processing*. Ilmenau: Univ.-Verl. Ilmenau, 2006
- [40] HELL, S.W. ; WICHMANN, J.: Breaking the diffraction resolution limit by stimulated emission: stimulated-emission-depletion fluorescence microscopy. In: *Opt. Lett.* 19 (1994), Juni, Nr. 11, S. 780–782
- [41] HESS, S.T. ; GIRIRAJAN, T.P. ; MASON, M.D.: Ultra-high resolution imaging by fluorescence photoactivation localization microscopy. In: *Biophys. J.* 91 (2006), Nr. 11, S. 4258–4272
- [42] BETZIG, E. ; PATTERSON, G.H. ; SOUGRAT, R. u. a.: Imaging intracellular fluorescent proteins at nanometer resolution. In: *Science* 313 (2006), Nr. 5793, S. 1642–1645
- [43] XU, J. ; MA, H. ; LIU, Y.: Stochastic Optical Reconstruction Microscopy (STORM). In: *Curr Protoc Cytom* (2017), Juli
- [44] RUST, M.J. ; BATES, M. ; ZHUANG, X.: Sub-diffraction-limit imaging by stochastic optical reconstruction microscopy (STORM). In: *Nat. Methods* 3 (2006), Nr. 10, S. 793
- [45] HEILEMANN, M. ; DE LINDE, S. van ; SCHÜTTPELZ, M. u. a.: Subdiffraction-resolution fluorescence imaging with conventional fluorescent probes. In: *Angew. Chem. Int. Ed.* 47 (2008), Nr. 33, S. 6172–6176

- [46] GUSTAFSSON, M.G.L.: Surpassing the lateral resolution limit by a factor of two using structured illumination microscopy. In: *J. Microsc.* 198 (2000), Nr. 2, S. 82–87
- [47] OU, X. ; ZHENG, G. ; YANG, C.: Embedded pupil function recovery for Fourier ptychographic microscopy. In: *Opt. Express* 22 (2014), März, Nr. 5, S. 4960–4972
- [48] SKOCZOWSKY, R.: *Digitale Holografie: Theorie, Simulation und Praxis*. AV Akademikerverlag, 2015
- [49] FIENUP, J.R.: Reconstruction of a complex-valued object from the modulus of its Fourier transform using a support constraint. In: *J. Opt. Soc. Am. A* 4 (1987), Januar, Nr. 1, S. 118–123
- [50] FIENUP, J.R.: Lensless coherent imaging by phase retrieval with an illumination pattern constraint. In: *Opt. Express* 14 (2006), Januar, Nr. 2, S. 498–508
- [51] FAULKNER, H.M.L. ; RODENBURG, J.M.: Movable aperture lensless transmission microscopy: a novel phase retrieval algorithm. In: *Phys. Rev. Lett.* 93 (2004), Juli, Nr. 2, S. 023903–1–4
- [52] GUIZAR-SICAIROS, M. ; FIENUP, J.R.: Phase retrieval with transverse translation diversity: a nonlinear optimization approach. In: *Opt. Express* 16 (2008), Mai, Nr. 10, S. 7264–7278
- [53] CAO, X. ; BICHRA, M. ; FISCHER, D. u. a.: *Illumination Design for Fourier Ptychography*. Berlin: European Optical Society Annual Meeting 2016, September 2016
- [54] RODENBURG, J.M. ; FAULKNER, H.M.L.: A phase retrieval algorithm for shifting illumination. In: *Appl. Phys. Lett.* 85 (2004), November, Nr. 20, S. 4795–4797
- [55] HÜE, F. ; RODENBURG, J.M. ; MAIDEN, A.M. u. a.: Wave-front phase retrieval in transmission electron microscopy via ptychography. In: *Phys. Rev. B* 82 (2010), September, S. 121415(R)
- [56] THIBAUT, P. ; DIEROLF, M. ; MENZEL, A. u. a.: High-Resolution Scanning X-ray Diffraction Microscopy. In: *Science* 321 (2008), Juli
- [57] MAIDEN, A.M. ; RODENBURG, J.M.: An improved ptychographical phase retrieval algorithm for diffractive imaging. In: *Ultramicroscopy* 109 (2009), September, Nr. 10, S. 1256–1262
- [58] MAIDEN, A.M. ; RODENBURG, J.M. ; HUMPHRY, M.J.: A new method of high resolution, quantitative phase scanning microscopy. In: *Proc. SPIE 7729, Scanning Microscopy 2010*, 2010, S. 313–320
- [59] MARRISON, J. ; RÄTY, L. ; MARRIOTT, P. ; O'TOOLE, O.: Ptychography—a label free, high-contrast imaging technique for live cells using quantitative phase information. In: *Scientific Reports* (2013)
- [60] KONDA, P. C. ; TAYLOR, J.M. ; HARVEY, A.R.: High-resolution microscopy with low-resolution objectives: correcting phase aberrations in Fourier ptychography. In: *Proc.*

- SPIE 9630, Optical Systems Design 2015: Computational Optics*, 2015, S. 192–199
- [61] HORSTMAYER, R. ; OU, X. ; CHUNG, J. u. a.: Overlapped Fourier coding for optical aberration removal. In: *Opt. Express* 22 (2014), Oktober, Nr. 20, S. 24062–24080
 - [62] CHUNG, J. ; KIM, J. ; OU, X. u. a.: Wide field-of-view fluorescence image deconvolution with aberration-estimation from Fourier ptychography. In: *Biomed. Opt. Express* 7 (2016), Februar, Nr. 2, S. 352–368
 - [63] ZHANG, J. ; TAO, X. ; SUN, P. ; ZHENG, Z.: A positional misalignment correction method for Fourier ptychographic microscopy based on the quasi-Newton method with a global optimization module. In: *Opt. Commun.* 452 (2019), S. 296–305
 - [64] ZHOU, A. ; WANG, W. ; CHEN, N. u. a.: Fast and robust misalignment correction of Fourier ptychographic microscopy for full field of view reconstruction. In: *Opt. Express* 26 (2018), September, Nr. 18, S. 23661–23674
 - [65] HORSTMAYER, R. ; YANG, C.: A phase space model of Fourier ptychographic microscopy. In: *Opt. Express* 22 (2014), Januar, Nr. 1, S. 338–358
 - [66] SCHMIDT, J.D.: *Numerical Simulation of Optical Wave Propagation With Examples in MATLAB*. SPIE Press, 2010
 - [67] DIMARZIO, C.A.: *Optics for Engineers*. 1. Auflage. 2011
 - [68] DONG, S. ; SHIRADKAR, R. ; NANDA, P. ; ZHENG, G.: Spectral multiplexing and coherent-state decomposition in Fourier ptychographic imaging. In: *Biomed. Opt. Express* 5 (2014), Juni, Nr. 6, S. 1757–1767
 - [69] TIAN, L. ; LI, X. ; RAMCHANDRAN, K. u. a.: Multiplexed coded illumination for Fourier Ptychography with an LED array microscope. In: *Biomed. Opt. Express* 5 (2014), Juli, Nr. 7, S. 2376–2389
 - [70] YEH, L. ; DONG, J. ; ZHONG, J. u. a.: Experimental robustness of Fourier ptychography phase retrieval algorithms. In: *Opt. Express* 23 (2015), Dezember, Nr. 26, S. 33214–33240
 - [71] CHUNG, J. ; LU, H. ; OU, X. u. a.: Wide-field Fourier ptychographic microscopy using laser illumination source. In: *Biomed. Opt. Express* 7 (2016), Oktober, Nr. 11, S. 4787–4802
 - [72] GUSTAFSSON, Mats G. L.: Nonlinear structured-illumination microscopy: Wide-field fluorescence imaging with theoretically unlimited resolution. In: *Proceedings of the National Academy of Sciences* 102 (2005), Nr. 37, S. 13081–13086
 - [73] WEISSHART, K. ; KRAMPERT, G. ; NOVIKAU, Y. ; KEMPE, M.: Strukturierte Beleuchtung in der Hochauflösungsmikroskopie. In: *Optik & Photonik* (2010), April
 - [74] NEIL, M.A.A. ; JUŠKAITIS, R. ; WILSON, T.: Method of obtaining optical sectioning by using structured light in a conventional microscope. In: *Opt. Lett.* 22 (1997), Dezember, Nr. 24, S. 1905–1907

- [75] CHAUSSE, P. J. P. ; BOULBAR, E. D. L. ; LIS, S. D. ; SHIELDS, P. A.: Understanding resolution limit of displacement Talbot lithography. In: *Opt. Express* 27 (2019), März, Nr. 5, S. 5918–5930
- [76] BICHRA, M. ; SABITOV, N. ; SINZINGER, S.: Wavefront sensor based on modified Talbot effect. In: *DGaO-Proceedings*. Brno, Tschechischen, August 2015
- [77] WEICHELT, T. ; BOURGIN, Y. ; ZEITNER, U.D.: Mask aligner lithography using laser illumination for versatile pattern generation. In: *Opt. Express* 25 (2017), September, Nr. 18, S. 20983–20992
- [78] PRET, A.V. ; GRONHEID, R. ; ENGELN, J. u. a.: Evidence of speckle in extreme-UV lithography. In: *Opt. Express* 20 (2012), November, Nr. 23, S. 25970–25978
- [79] LAU, E.: Beugungserscheinungen an Doppellrastern. In: *Annalen der Physik* 437 (1948), Nr. 7-8, S. 417–423
- [80] JAHNS, J. ; LOHMANN, A.W.: The Lau effect (a diffraction experiment with incoherent illumination). In: *Opt. Commun.* 28 (1979), Nr. 3, S. 263–267
- [81] SUDOL, R. ; THOMPSON, B.J.: Lau effect: theory and experiment. In: *Appl. Opt.* 20 (1981), März, Nr. 6, S. 1107–1116
- [82] JUTAMULIA, S. ; ASAKURA, T. ; FUJII, H.: Lau effect and noncoherent processing. In: *Opt. Commun.* 53 (1985), Nr. 2, S. 77–80
- [83] LIU, L.: Partially coherent diffraction effect between Lau and Talbot effects. In: *J. Opt. Soc. Am. A* 5 (1988), Oktober, Nr. 10, S. 1709–1716
- [84] TU, J. ; ZHAN, L.: Analysis of general double periodic structure diffraction phenomena based on the ambiguity function. In: *J. Opt. Soc. Am. A* 9 (1992), Juni, Nr. 6, S. 983–995
- [85] CHITRALEKHA, S. ; AVUDAINAYAGAM, K.V. ; PAPPU, S.V.: Role of spatial coherence on the rotation sensitivity of Lau fringes: an experimental study. In: *Appl. Opt.* 28 (1988), Januar, Nr. 2
- [86] CHITRALEKHA, S. ; AVUDAINAYAGAM, K.V. ; PAPPU, S.V.: Rotation sensitivity of Lau fringes: an analysis based on coherence theory. In: *Optics & Laser Technology* 21 (1989), Nr. 4, S. 265–267
- [87] CHITRALEKHA, S. ; AVUDAINAYAGAM, K.V. ; PAPPU, S.V.: Sensitivity of Lau fringes to grating rotation: theoretical analysis. In: *Appl. Opt.* 29 (1990), Januar, Nr. 1, S. 125–128
- [88] TU, J. ; ZHAN, L.: Two-dimensional theory of the Lau-Talbot-Moiré effect under partially coherent illumination. In: *Opt. Commun.* 82 (1991), Nr. 3, S. 229–235
- [89] AVUDAINAYAGAM, K.V. ; NAYAGAM, S.C.: Two-grating diffraction and Lau effect under laser illumination. In: *Appl. Opt.* 36 (1996), April, Nr. 10, S. 2029–2033

- [90] AVUDAINAYAGAM, K.V. ; CHITRALEKHA, S.: Lau effect and beam collimation. In: *J. Mod. Opt.* 44 (1997), Nr. 1, S. 175–178
- [91] LI, G. ; QIU, Y. ; LI, H.: Coherence theory of a laser beam passing through a moving diffuser. In: *Opt. Express* 21 (2013), Juni, Nr. 11, S. 13032–13039
- [92] LIU, L.: Talbot and Lau effects on incident beams of arbitrary wavefront, and their use. In: *Appl. Opt.* 28 (1989), November, Nr. 21, S. 4668–4678
- [93] KIM, M.S. ; SCHARF, T. ; MENZEL, C. u. a.: Talbot images of wavelength-scale amplitude gratings. In: *Opt. Express* 20 (2012), Februar, Nr. 5, S. 4903–4920
- [94] ZHANG, C. ; ZHANG, W. ; LI, F. u. a.: Talbot effect of quasi-periodic grating. In: *Appl. Opt.* 52 (2013), Juli, Nr. 21, S. 5083–5087
- [95] WANG, J. ; ZHANG, W. ; CUI, Y. ; TENG, S.: Fresnel diffraction of fractal grating and self-imaging effect. In: *Appl. Opt.* 53 (2014), April, Nr. 10, S. 2105–2111
- [96] WANG, X. ; LI, Z. ; WEN, F. u. a.: Controllable visibility and resolution of Nth-order Talbot imaging with pseudo-thermal light. In: *Opt. Express* 25 (2017), Juni, Nr. 12, S. 13455–13464
- [97] BĚLÍN, J. ; TYC, T.: Talbot effect for gratings with diagonal symmetry. In: *J. Opt.* 20 (2018), Januar, Nr. 2, S. 025604
- [98] CASE, W.B. ; TOMANDL, M. ; DEACHAPUNYA, S. ; ARNDT, M.: Realization of optical carpets in the Talbot and Talbot-Lau configurations. In: *Opt. Express* 17 (2009), November, Nr. 23, S. 20966–20974
- [99] SPAGNOLO, G.S. ; AMBROSINI, D.: Talbot effect application: measurement of distance with a Fourier-transform method. In: *Measurement Science and Technology* 11 (1999), Dezember, Nr. 1, S. 77–82
- [100] VELA-ESPARZA, E. ; RAMÍREZ-ZAVALA, G. ; ROSALES-MEDINA, M.A. u. a.: Application of the Talbot effect for three-dimensional and step-height measurement using an LCD. In: *Proc. SPIE 7442, Optics and Photonics for Information Processing III*, 2009, S. 124–135
- [101] WINTHROP, J.T. ; WORTHINGTON, C.R.: Theory of Fresnel Images. I. Plane Periodic Objects in Monochromatic Light. In: *J. Opt. Soc. Am.* 55 (1965), April, Nr. 4, S. 373–381
- [102] THOMAE, D. ; SANDFUCHS, O. ; BRUNNER, R.: Influence of oblique illumination on perfect Talbot imaging and nearly perfect self-imaging for gratings beyond five diffraction orders. In: *J. Opt. Soc. Am. A* 32 (2015), Dezember, Nr. 12, S. 2365–2372
- [103] TESTORF, M. ; JAHNS, J. ; KHILO, N.A. ; GONCHARENKO, A.M.: Talbot effect for oblique angle of light propagation. In: *Opt. Commun.* 129 (1996), Nr. 3, S. 167–172
- [104] ARSINIO, D.: *Construction of UV-LED array*. TU Ilmenau: Projektarbeit, 2019

- [105] MICRO RESIST TECHNOLOGY: *Greyscale Positive Tone Photoresist ma-P 1275G*. Berlin, Oktober 2015
- [106] VOELKEL, R. ; VOGLER, U. ; BICH, A. u. a.: Advanced mask aligner lithography: new illumination system. In: *Opt. Express* 18 (2010), September, Nr. 20, S. 20968–20978
- [107] VAHIMAA, Pasi ; TURUNEN, Jari: Finite-elementary-source model for partially coherent radiation. In: *Opt. Express* 14 (2006), Februar, Nr. 4, S. 1376–1381
- [108] BURVALL, A. ; SMITH, A. ; DAINITY, C.: Elementary functions: propagation of partially coherent light. In: *J. Opt. Soc. Am. A* 26 (2009), Juli, Nr. 7, S. 1721–1729
- [109] SMITH, A. ; BURVALL, A. ; DAINITY, C.: Numerical partially coherent imaging using elementary functions. In: *Proc. SPIE 7100, Optical Design and Engineering III*, 2008, S. 78–84
- [110] SMITH, A. ; DAINITY, C.: Numerical modeling of spatial coherence using the elementary function method. In: *Appl. Opt.* 52 (2013), April, Nr. 12, S. 2815–2827
- [111] WALD, M. ; BURKHARDT, M. ; PESCH, A. u. a.: Design of a microscopy illumination using a partial coherent light source. In: *Proc. SPIE 5962, Optical Design and Engineering II*, 2005, S. 59621G–1–10
- [112] WYROWSKI, F. ; M. KUHN, H. S.: Elektromagnetisches Optikrechnen–Modellierung realer Lichtquellen. In: *Photonik* 39 (2007), Nr. 2, S. 66–70
- [113] TERVO, J. ; TURUNEN, J. ; VAHIMAA, P. ; WYROWSKI, F.: Shifted-elementary-mode representation for partially coherent vectorial fields. In: *J. Opt. Soc. Am. A* 27 (2010), September, Nr. 9, S. 2004–2014
- [114] MATSUSHIMA, K. ; SHIMOBABA, T.: Band-Limited Angular Spectrum Method for Numerical Simulation of Free-Space Propagation in Far and Near Fields. In: *Opt. Express* 17 (2009), Oktober, Nr. 22, S. 19662–19673
- [115] WUTTIG, A. ; KANKA, M. ; HANS, J. ; RIESENBERG, R.: Packed domain Rayleigh-Sommerfeld wavefield propagation for large targets. In: *Opt. Express* 18 (2010), Dezember, Nr. 26, S. 27036–27047
- [116] SHEN, F. ; WANG, A.: Fast-Fourier-transform based numerical integration method for the Rayleigh-Sommerfeld diffraction formula. In: *Appl. Opt.* 45 (2006), Februar, Nr. 6, S. 1102–1110
- [117] BUETTNER, A. ; ZEITNER, U.D.: Wave optical analysis of light-emitting diode beam shaping using microlens arrays. In: *Opt. Eng.* 41 (2002), Nr. 10, S. 2393–2401
- [118] KARTHAUS, D. ; GIEHL, M. ; SANDFUCHS, O. ; SINZINGER, S.: Modeling of light-emitting diode wavefronts for the optimization of transmission holograms. In: *Appl. Opt.* 56 (2017), Juni, Nr. 18, S. 5234–5241

Erklärung

gemäß Anlage 1 der Promotionsordnung der TU Ilmenau – Allgemeine Bestimmungen

Ich versichere, dass ich die vorliegende Arbeit ohne unzulässige Hilfe Dritter und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe. Die aus anderen Quellen direkt oder indirekt übernommenen Daten und Konzepte sind unter Angabe der Quelle gekennzeichnet.

Bei der Auswahl und Auswertung folgenden Materials haben mir die nachstehend aufgeführten Personen in der jeweils beschriebenen Weise unentgeltlich geholfen:

- Herr Patrick Feßer bei den lithographischen Prozessen, bei der Messung und der Bildaufnahme der lithographischen Strukturen mittels des Weißlichtinterferometers.

Weitere Personen waren an der inhaltlichmateriellen Erstellung der vorliegenden Arbeit nicht beteiligt. Insbesondere habe ich hierfür nicht die entgeltliche Hilfe von Vermittlungs- bzw. Beratungsdiensten (Promotionsberater oder anderer Personen) in Anspruch genommen. Niemand hat von mir unmittelbar oder mittelbar geldwerte Leistungen für Arbeiten erhalten, die im Zusammenhang mit dem Inhalt der vorgelegten Dissertation stehen.

Die Arbeit wurde bisher weder im In- noch im Ausland in gleicher oder ähnlicher Form einer Prüfungsbehörde vorgelegt.

Ich bin darauf hingewiesen worden, dass die Unrichtigkeit der vorstehenden Erklärung als Täuschungsversuch bewertet wird und gemäß § 7 Abs. 10 der Promotionsordnung den Abbruch des Promotionsverfahrens zur Folge hat.

Ilmenau, 26.02.2020

Publikationen

Journal

- [1] X. Cao und S. Sinzinger, „Effects of illumination on image reconstruction via Fourier ptychography“, *Advanced Optical Technologies*, 6(6), pp. 467-474 (2017).

Konferenzvortrag

- [1] X. Cao und S. Sinzinger, „LED arrays as illumination for imaging and metrology systems“, *CIOF 2019 in Xi'an, China*.
- [2] X. Cao und S. Sinzinger, „Opto-mechatronic system for control and characterization of the coherence properties of light sources“, In: *Proc. 2019 IEEE International Conference on Mechatronics (ICM)*, pp. 141-145.
- [3] H. Speck, X. Cao, T. Meinecke und S. Sinzinger, „Phase-Retrieval mit Hilfe verstimmbarer Optiken für die Fourier-Ptychographie“, In: *Proc. DGaO (2018)*, A26.
- [4] X. Cao, M. Bichra, T. Meinecke, B. Mitschunas und S. Sinzinger, „Einfluss der optischen Aberrationen und des Bildrauschens auf den Fourier-Ptychografie-Algorithmus“, *DGaO (2017)*.
- [5] X. Cao und S. Sinzinger, „Removal of optical aberrations caused by illumination system in Fourier ptychography“, In: *Proc. 59th IWK (2017)*.
- [6] X. Cao, M. Bichra, D. Fischer, M. Krojer, H. Prause, B. Mitschunas und S. Sinzinger, „Illumination Design for Fourier Ptychography“, *EOS Annual Meeting 2016*.
- [7] M. Bichra, X. Cao, J. Pribosek und S. Sinzinger, „Illumination concepts for integrated optical sensors“, In: *Proc. Advanced Photonics 2016, SeW3D.6*.

Konferenzposter

- [1] X. Cao und S. Sinzinger, „Untersuchung der dreidimensionalen Feldverteilung bei Beugungsexperimenten in inkohärentem Licht (Lau-Effekt)“, In: *Proc. DGaO (2019)*, P12.
- [2] X. Cao, P. Feßer, D. Fischer, M. Hofmann, Y. Bourgin und S. Sinzinger, „Der Lau-Effekt in der lithographischen Mikro-Nanostrukturierung“, In: *Proc. DGaO (2018)*, P44.

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen bedanken, die mich während meiner Promotion unterstützt haben.

Zunächst möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr. rer. nat. habil. Stefan Sinzinger für die Betreuung dieser Arbeit und alle Unterstützungen sowie Hilfen herzlich bedanken. Herzlichen Dank auch für den Zugang zur Optik und die zahlreichen fachlichen wertvollen Gespräche sowie noch mehr Geduld.

Neben allen Mitarbeitern beim Fachgebiet Technische Optik, danke ich speziell Frau Dr.-Ing. Beate Mitschunas für ihre Offenheit, Hilfsbereitschaft und die geduldige Erklärung fachlicher Grundkenntnisse. Mir ist bewusst, dass ich ohne die Grundlagen der Optik die Dissertationsarbeit nicht schaffen kann. Ich bedanke mich besonders bei Herrn Dipl.-Ing. Thomas Meinecke für die Diskussionen über Fourieroptik und Unterstützung beim Aufbau elektrischer Geräte. Ich bedanke mich auch besonders bei Herrn Patrick Feßer für die Unterstützung bei der optischen Lithographie.

Mein ganz besonderer Dank gilt auch allen Mitarbeitern für die wissenschaftlichen Diskussionen und die gegenseitige Unterstützung im DFG-geförderten Graduiertenkolleg NanoFab.

Für das Korrekturlesen dieser schriftlichen Arbeit bedanke ich mich bei Dr. Susanne Fricke, Dr.-Ing. Beate Mitschunas, Prof. Stefan Sinzinger und Dr.-Ing. Jianshu Zhang.

Ein ganz großes Dankeschön geht an alle Mitglieder meiner Großfamilie für jegliche Unterstützung, die ich während meiner gesamten Universitätszeit an der TU Ilmenau erhalten habe. Diese Danksagung wäre nicht komplett ohne ein Dankeschön an alle Freunde, die ich im Lauf meines Studiums und meiner Promotion kennengelernt habe.